

第71次 印旛地区教育研究会
算数・数学研究部（中学校）

研究主題

数学的な表現を用いて論理的に説明する力を高めるための研究

～ペアでの伝え合う活動を通じて～

日時：令和3年8月25日（水）

場所：ウィシュトンホテル

佐倉市立井野中学校

豊福 貴志

伊藤 悠希

新村 悦康

1. 研究主題

数学的な表現を用いて論理的に説明する力を高めるための研究
～ペアでの伝え合う活動を通じて～

2. 主題設定の理由

(1) 本校の教育目標の観点から

本校の教育目標は「自立・協働・貢献ができる生徒を育成する」、目指す生徒像は「自他敬愛の心を持ち、共に努力向上しようとする生徒」である。また、本校には5つの伝統「明るい挨拶、響く歌声、きれいな校舎、はつらつ健康、高い学習意欲」というものがある。生徒と教師はこれらの目標を日々意識し、教育活動に取り組んでいる。

数学科では「協働」「共に努力向上しようとする生徒」「高い学習意欲」に焦点をあて、仲間と共に主体的に学び合う態度を育てたいと考えている。

(2) 生徒の実態から

本校は、1、2学年が5学級、3学年が4学級、特別支援学級が2学級の計16学級からなる。生徒会活動では、5つの伝統である「明るい挨拶、響く歌声、きれいな校舎、はつらつ健康、高い学習意欲」を意識し、各委員会活動に取り組んでいる。特に学習に関しては家庭での意識も高く、学習塾に通っている生徒の割合が高い。

しかし、日々の授業では学力差が大きいと感じる場面が多くみられる。塾や自主学習で授業の予習を行い、授業中の発問に積極的に答える生徒もいれば、板書を写したり、話を聞いたりすることで精一杯な生徒もいる。そこで、数学的に伝え合う活動を積極的に取り入れ、お互いに理解を深め合う姿を目指す。また、学力が高く学習に意欲的に取り組んでいる生徒でも、発表で自分の考えや解答を全員に伝えたり説明したりすることが苦手な生徒もいる。ペアや小グループでの発表を通して、自分の考えを級友に伝えることの楽しさや充実感を感じさせ、積極的に自分の考えを発信する姿を目指す。

事前に生徒の教え合いについての実態調査を行った。

(1年146名、2年132名、3年125名実施)

学年が上がるにつれて、教えてもらった、教えた人の数は増加している。教えてもらった人は「理解が深まった」と半数以上が回答しており、教えた人についても半数近くが「理解が深まった」と自身の学習にもつなげられている。しかし教えた人は、教えることが「難しかった」と答えている人が教えてもらった人よりも多く、教える側の方が教え合い活動に対して難しさを感じていることがわかる。



3. 研究の目標

数学的に説明し伝え合う活動に積極的に取り組ませることで、生徒の「数学的な表現を用いて論理的に説明する力」を高められることを明らかにする。

4. 研究の仮説

(1) 仮説1

生徒同士がペアで数学的に説明し合う活動を繰り返し行うことで、数学的に表現したり、説明したりすることが得意であると感じる生徒が増加するだろう。

(2) 仮説2

積極的に説明し伝え合うことで、生徒の「数学的な表現を用いて論理的に説明する力」を高めることができるだろう。

5. 研究方法・内容

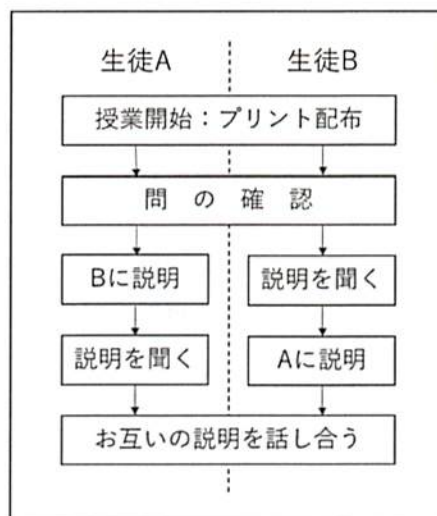
(1) 研究における「数学的な表現を用いて論理的に説明する力」の定義

中村享史 (2008) は数学的な表現を「ア. 操作表現」「イ. 図表現」「ウ. 数式表現」「エ. 言語表現」に分類している。また清水静海 (2009) は説明する手立てについて「操作や実験などの具体的な活動」、「図や表」、「用具や記号」を適切に用いることが必要であり、また、説明の工夫として、「順序立てること」、「対比すること」、「関連付けること」などが必要であると述べている。そこで本研究では、説明の内容を特に①中村享史の定義する数学的な表現を用いているか、②順序立てているかの2点に注目し、①②が組み込まれている説明を「数学的な表現を用い論理的な説明」と扱う。

(2) 研究の方法

① 仮説に対する研究の方法

毎回の授業の始めに問とキーワードが両面刷りされたプリントを配布し、ペア(生徒Aと生徒Bとする)でプリントに取り組む。はじめに生徒は各自、キーワードをヒントにしながら問の説明を考える。次に生徒Aが生徒Bに問の解き方を説明する。生徒Bは自分の解答を見ながら、生徒Aの説明が妥当であるかを確認する。その後、生徒Aと生徒Bの立場を入れ替えて行う(右図)。お互いに説明し合った後、説明を各自加筆・訂正する。その後全体で模範解答を確認する。生徒A、生徒Bの順番を変えたり、ペアの組み方を変えたりしながら、ペアでの説明を繰り返し行い、自分の考えを言葉にして表現する習慣をつけさせる。



② 「論理的に説明する力の向上」を判断する方法

プリントを繰り返し実施していく中で、自分の説明をプリントに記述しながら考えさせる。その説明の記述を記録し、変容を観察する。定義より、①数学的表現を用いている、または②順序立てているような説明ができるようになったかどうかで検証する。

6. 研究の実践

(1) 研究の実際

① ねらい

説明を繰り返し行うことで「数学的な表現を用いて論理的に説明する力」を高め、説明をすることへの苦手意識を払拭すること。

② 内容

ア 小プリントの実施

数学科の教科配当の関係により、1学年のみでの実施となった。5月中旬ごろに意識調査を行い、次時にプリントの扱い方と実施する意義についての導入を行った。その後、下図のようなプリントを毎授業開始時に配布し、下記の手順で取り組ませた。

<p style="text-align: center;">数学力アッププロジェクト No.1</p> <p style="text-align: center;">() 組 () 番氏名 ()</p> <p>Q. ゆうきさんは、「0でない数で3倍すると、その数よりも大きくなる。」といっています。このことはいつでも正しいといえますか。</p> <p style="font-size: small;">※今日の学習の目標は () 角 () 線 () うまく () できた () できなかった ()</p>	<p style="text-align: center;">キーワード</p> <p style="text-align: center;">乗法 符号 負の数 具体例 (○○だとすると)</p> <p style="font-size: x-small;">※0でない数で3倍すると、0乗除を考えると必ずしも、 -2×3=-6より、-2×3<-6となり、必ずしも成り立たない ものと、誤り。正しい。</p>
--	---

- ①各自 2 分間で解答・説明を考える。
- ②ペアで「先」「後」を決めて 1 分内ずつ説明を行い、お互いの説明を話し合う。
- ③教師から解説を述べ、各自で自分の説明を振り返る。

後の生徒は、先の生徒の説明を聞き、自分が説明する際に参考にするように指導することで、一見では難しい生徒でも、自分の言葉で説明しようとしている姿が見られた。また、考える時間と説明する時間に区切りをつけたことにより、考えをまとめてから説明という流れにメリハリがついた。説明を始めるよう指示をすると、相手に理解してもらおうと意欲的に説明する姿が見られた。プリントは 21 回行い、その後再度アンケートによる意識調査を行った。

イ 生徒の記述

生徒 A、B、C の始めと終わりの各 3 回分は次のようになった。

生徒 A

<p>数学力アッププロジェクト No.1</p> <p>Q. ゆうきさんは、「0 でない数を 3 倍すると、もとの数よりも大きくなる。」といっています。このことはいつでも正しいといえますか、正しいか。</p> <p>異符号の乗法の場合、絶対値の積になるため。 例として、$10 \times 3 = 30$ $1 \times 3 = 3$ $-3 \times 3 = -9$ となり、 必ず大きくなる。</p> <p>※今日の説明の順番は (後 ・ 先) うまく (できた ・ できなかった)</p>	<p>数学力アッププロジェクト No.2</p> <p>Q. $(-10)^3$ と $(-10)^{10}$ はどちらが大きいのか説明しよう。</p> <p>累乗では、指数とその下にある数をかける。その時、指数が奇数の場合は、負の数の積となり、正の数になる。よって、$(-10)^3$ は負の数、$(-10)^{10}$ は正の数になる。よって、$(-10)^3 < (-10)^{10}$ となる。</p> <p>※今日の説明の順番は (先 ・ 後) うまく (できた ・ できなかった)</p>	<p>数学力アッププロジェクト No.3</p> <p>Q. 次の計算は間違っています。間違いを指摘し、正しい解き方を説明してください。</p> <p>$-12 \div 6 \times (-2) = -12 \times (-12)$ 計算の順番は、乗法と除法から始め、 $= + (12 \times 12)$ 711 する場合、 $= 144$ 掛け算は、 し、 $-12 \div 6 \times (-2) = -2 \times (-2)$ 計算は $= + (2 \times 2)$ $= 4$</p> <p>※今日の説明の順番は (後 ・ 先) うまく (できた ・ できなかった)</p>
<p>数学力アッププロジェクト No.18</p> <p>次の計算は間違っています。なぜ間違っているのか説明し、正しい答えを求めてください。</p> <p>Q. $5x - 4$ から $3 + 2x$ を引いた差を求めなさい。</p> <p>$\begin{array}{r} 5x - 4 \\ - (3 + 2x) \\ \hline 2x - 7 \end{array}$</p> <p>減法の場合は、 加法に直し、 引くた、 $5x - 4$ から $3 + 2x$ を引くことは、 $5x - 4 - 3 - 2x$ となる。 $3x - 7$</p> <p>※今日の説明の順番は (先 ・ 後) うまく (できた ・ できなかった)</p>	<p>数学力アッププロジェクト No.19</p> <p>Q. $\frac{5a}{8}$ を x や y の記号を使って表したとき、次の式は正しいか説明しなさい。</p> <p>① $5 \times a + b$ $A \times B + C$ は、 ② $5 + b \times a$ $A + B \times C$ は、 ③ $5 \times a \times \frac{1}{b}$ $A \times B \times \frac{1}{C}$ は、</p> <p>※今日の説明の順番は (先 ・ 後) うまく (できた ・ できなかった)</p>	<p>数学力アッププロジェクト No.20</p> <p>Q. 「a の 2 倍と b の和」と 「a と b の和の 2 倍」の違いを説明しなさい。</p> <p>$2a + b$ と $2(a + b)$ の違いを文字式で表す。 $2(a + b) = 2a + 2b$ よって、 a の 2 倍と b の和は、 a と b の和の 2 倍は、 よって、 a の 2 倍と b の和は、 a と b の和の 2 倍は、 よって、 a の 2 倍と b の和は、 a と b の和の 2 倍は、</p> <p>※今日の説明の順番は (先 ・ 後) うまく (できた ・ できなかった)</p>

<p>数学カアツプロジェクト No.1</p> <p>Q. ゆうきさんは、「0 でない数を 3 倍すると、もとの数よりも大きくなる。」とっています。このことはいつでも正しいといえますか。</p> <p>いえません。 ↓ なぜなら、「0 でない数」には、負の数も含まれるからです。負の数を 3 倍したら、もとの数の方が大きくなります。</p> <p>※今日の説明の順番は (先・後) うまく (できた・できなかった)</p>	<p>数学カアツプロジェクト No.2</p> <p>Q. $(-10)^2$ と $(-10)^{10}$ はどちらが大きいか説明しよう。</p> <p>$(-10)^{10}$</p> <p>つづし 負の数を偶数回かけると、正の数になる。奇数回かけると、-1 になる。(-10) はマイナス、(-10)¹⁰ はプラスになるから。</p> <p>※今日の説明の順番は (先・後) うまく (できた・できなかった)</p>	<p>数学カアツプロジェクト No.3</p> <p>Q. 次の計算は間違っています。間違いを指摘し、正しい解き方を説明してください。</p> <p>$-12 \div 6 \times (-2) = -12 \times (-12)$</p> <p>$= +(12 \times 12)$</p> <p>$= 144$</p> <p>除法は、左から順番に解ける場合は、左から、$6 \times (-2)$ を先に計算している。 正しい解き方は、$-12 \div 6$ の商 -2。</p> <p>※今日の説明の順番は (先・後) うまく (できた・できなかった)</p>
--	--	---

<p>数学カアツプロジェクト No.18</p> <p>次の計算は間違っています。なぜ間違っているのか説明し、正しい答えを求めてください。</p> <p>Q. $5x - 4$ から $3 + 2x$ を引いた差を求めなさい。</p> <p>$-4 + 2x$ を引く $-2x$ に等分 $5x - 4$ $- (3 + 2x)$ ————— $5x - 4 - 3 - 2x$ $3x - 7$</p> <p>※今日の説明の順番は (先・後) うまく (できた・できなかった)</p>	<p>数学カアツプロジェクト No.19</p> <p>Q. $\frac{5a}{b}$ を \times や \div の記号を使って表したとき、次の式は正しいか説明しなさい。</p> <p>① $5 \times a + b$ 正しい $5a + b$ ではない ② $5 \div b \times a$ 正しい $5a \div b$ ではない ③ $5 \times a \times \frac{1}{b}$ 正しい $5a \times \frac{1}{b}$ ではない</p> <p>※今日の説明の順番は (先・後) うまく (できた・できなかった)</p>	<p>数学カアツプロジェクト No.20</p> <p>Q. 「a の 2 倍と b の和」と 「a と b の和の 2 倍」の違いを説明しなさい。</p> <p>a の 2 倍と b の和 $\rightarrow 2a + b$ a と b の和の 2 倍 $\rightarrow 2(a + b) = 2a + 2b$</p> <p>※今日の説明の順番は (先・後) うまく (できた・できなかった)</p>
---	---	---

<p>数学カアツプロジェクト No.1</p> <p>Q. ゆうきさんは、「0 でない数を 3 倍すると、もとの数よりも大きくなる。」とっています。このことはいつでも正しいといえますか。</p> <p>乘法は、たいてい。</p> <p>※今日の説明の順番は (先・後) うまく (できた・できなかった)</p>	<p>数学カアツプロジェクト No.2</p> <p>Q. $(-10)^2$ と $(-10)^{10}$ はどちらが大きいか説明しよう。</p> <p>指数</p> <p>※今日の説明の順番は (先・後) うまく (できた・できなかった)</p>	<p>数学カアツプロジェクト No.3</p> <p>Q. 次の計算は間違っています。間違いを指摘し、正しい解き方を説明してください。</p> <p>$-12 \div 6 \times (-2) = -12 \times (-12)$</p> <p>$= +(12 \times 12)$</p> <p>$= 144$</p> <p>※今日の説明の順番は (先・後) うまく (できた・できなかった)</p>
--	--	---

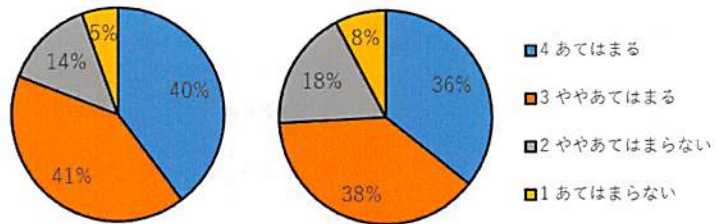
<p>数学カアツプロジェクト No.18</p> <p>次の筆算は間違っています。なぜ間違っているのか説明し、正しい答えを求めてください。</p> <p>Q. $5x-4$ から $3+2x$ を引いた差を求めなさい。</p> $\begin{array}{r} 5x-4 \\ -) 3+2x \\ \hline 2x-6x \end{array}$ <p><i>Handwritten notes:</i> $5x-3-2x$ $5x-4$ $-) 3+2x$ $\hline 2x-6x$</p> <p>※今日の説明の順番は (先 ・ 後) うまく (できた ・ できなかった)</p>	<p>数学カアツプロジェクト No.19</p> <p>Q. $\frac{5a}{b}$ を \times や $+$ の記号を使って表したとき、次の式は正しいか説明しなさい。</p> <p>① $5 \times a + b$ ② $5 + b \times a$ ③ $5 \times a \times \frac{1}{b}$</p> <p><i>Handwritten notes:</i> $\frac{5}{b} \times a$ $\frac{5a}{b}$</p> <p>※今日の説明の順番は (先 ・ 後) うまく (できた ・ できなかった)</p>	<p>数学カアツプロジェクト No.20</p> <p>Q. 「aの2倍とbの和」と「aとbの和の2倍」の違いを説明しなさい。</p> <p><i>Handwritten notes:</i> $A \times 2 + b = 2A + b$ A と b の和の2倍は、A と b をそれぞれ2倍して、$(A+b) \times 2 = 2A + 2b$</p> <p>※今日の説明の順番は (先 ・ 後) うまく (できた ・ できなかった)</p>
---	---	--

ウ アンケートによる意識調査

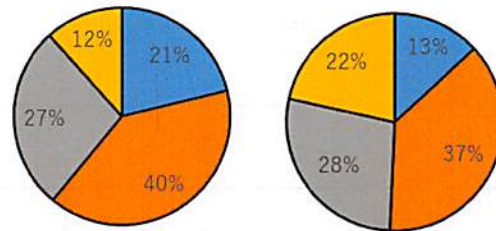
5月の中旬と7月の中旬に行った意識調査の結果は以下のようになった。

(左：事前 右：事後)

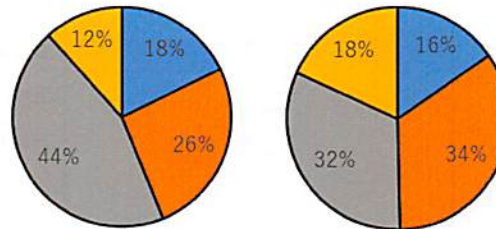
① 数学の勉強が好き



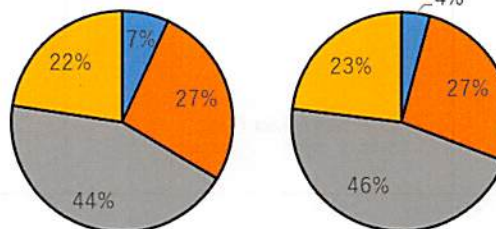
② 数学の勉強が得意



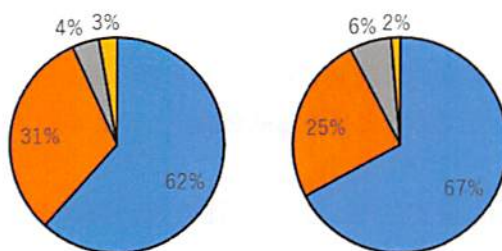
③ 人に何かを説明するのが好き



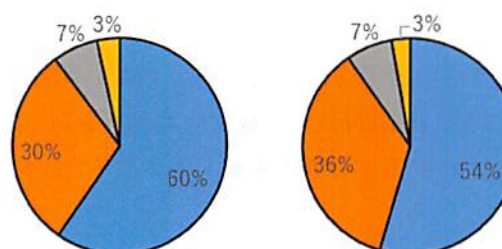
④ 人に何かを説明するのが得意



⑤自分の考えを伝えたり、説明したりすることが上手になりたい



⑥考えを伝え合うことで、数学への理解が深まると思う



(2) 仮説の考察

アンケートの結果より、「①数学の勉強が好き」「②数学の勉強が得意」に関しては、1回目のアンケートが5月中旬、2回目が7月中旬ごろであり、内容も「正負の計算」から「文字式の利用」になったことによる内容の難化が原因であると考えられる。「③人に何かを説明するのが好き」については「ややあてはまる」が、「⑤自分の考えを伝えたり、説明したりすることが上手になりたい」では、「当てはまる」と答えた割合が増加していることから、説明をすることを繰り返し行うことで、説明すること自体を楽しんでいると感じ、もっとうまくやりたいと思う生徒が増加したと考えられる。

生徒 A、B、C の記述より、生徒 A は全体を通してよく説明文を書くことができている。計算式や数学的用語等の数学的表現を用いることができている。結論から述べる等、順序立てた説明もできている。生徒 B は、はじめは言葉に詰まったり答えを写したりしていたが、回数を追うごとに、十分な説明ができていないものもあるが、自分の考えを文章として表現できるようになっている。このことから、自分の考えを表現する力が身についたといえる。生徒 C は、徐々に数式や図示などの数学的表現を用いた説明を行うようになっており、「数学的な表現を用いて論理的に説明する力」が高まったといえる。

また、今回の実践の感想（資料⑥）では、多くの生徒が肯定的な感想を書いており、説明が上手くなることへの手応えを感じている。裏面のキーワードを活用したり、先に説明した生徒の考えを参考にしたりしている生徒もいることから、ペアで説明し合うことに有効性を感じていると考えられる。

7. 研究のまとめ

(1) 研究の成果

- 生徒がペアで数学的に説明し合う活動を繰り返し行うことで、数学的に表現したり、説明したりすることへの意欲を高めることができた。
- 積極的に説明し伝え合うことで、生徒の「数学的な表現を用いて論理的に説明する力」を高めることができた。

(2) 今後の課題

- 問題の難易度の設定が難しく、毎時間に新しい問題を準備するのが非常に困難であった。同じ問題を後日行い、「数学的な表現を用いて論理的に説明する力」が高まったことをより実感させる工夫が必要であった。
- ペアによっては取り組みが困難になってしまう場合があった。積極的にペアを変えたり、3、4人組にしたりするなどの工夫が必要であった。
- 「数学的な表現を用いて論理的に説明する力」の向上について、どれくらい高まったかが正確に測ることができなかった。より長期的・定期的な計画をすることで、正確に測定することができると思う。

[参考文献・引用文献]

中村享史：数学的な表現力と育成の評価，2008

清水静海：算数・数学の学びと言語力の育成－「筋道を立てて説明する力」に焦点を当てて－，2009