第７４次印旛地区教育研究集会
算数・数学研究部（中学校）

思考の過程を表現できる生徒の育成

～レポートの取組を通して～

令和６年８月２２日
ウィシュトンホテルユーカリ

佐倉市立西志津中学校
金谷　　晨
東樹　靖範

1　研究主題

思考の過程を表現できる生徒の育成　　～レポートの取組を通して～

2　主題設定の理由

（１）本校の教育目標の観点から

本校の教育目標は「未来を拓く自己肯定感をもった生徒の育成～自立と共生を目指せる西志津の生徒～」であり、学校経営の理念の一つに「学校は『できないことができるようになるところ』」がある。教師が一枚岩となって生徒の前に立ち続け、生徒にとって何がよいかを常に考え、生徒を近くで見守りながら、生徒一人ひとりの教育的ニーズに応じた適切な支援をすることが求められている。また、目指す生徒像の中に「自ら進んで、粘り強く学習活動に取り組む生徒」がある。学習環境が整った中で、確かな学力として基礎を定着させ、それを活用する力を身につけさせる必要がある。

現行の学習指導要領では、育成を目指す資質・能力の３つの柱の１つに「思考力・判断力・表現力等」が掲げられており、それに関わる数学科の目標として（2）「数学を活用して事象を論理的に考察する力、数量や図形などの性質を見いだし統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う」がある。思考力、判断力、表現力等は、問題を見いだしたり、知識及び技能を活用して問題を解決したりする際に必要であり、様々な事象を数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決し、解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する過程を遂行することを通して事象を論理的に考察する力を養うことができるとしており、数学科の授業を行う上で大変重要な考え方となっている。

（２）本校の生徒の実態から

本校は１小１中の学区で、１・２学年４学級、３学年５学級の全校生徒４４５名の中規模校である。生徒たちの授業への取り組みは良く、真剣な態度で臨んでいる。

国立教育政策研究所「学習評価の在り方ハンドブック」では、「思考・判断・表現」の評価の方法について、ペーパーテストのみならず、論述やレポートの作成、発表、グループや学級における話合いなどを例に挙げている。しかしながら、学年が上がるにつれ､自らの考えを級友の前で発表することをためらうようになってくる｡そして、学習内容が難しくなっていくにつれて決まった生徒だけが発表するようになる。

本校の生徒の中には、場面緘黙や人間関係の不安から発表や話し合い活動が難しい生徒がいる。そのような生徒がいる中で、無理に発表や話し合いを求めることは難しい。また、授業中の取組は良いのだが、テストになると点数が取れない生徒もいる。

このような実態を踏まえ､本校の数学科では､発表や話し合いでの評価だけでなく、日頃の学習活動において評価できる機会を増やす必要があると考え、令和３年度の１年次からレポートの取組を始めた。この取組により、どのような生徒であってもがんばりを見取ることができると考えた｡令和４年度からは全学年で取り組むようになり、今年度で４年目を迎える。この取組がもたらす成果を検証する必要があると考えた。

そこで本研究では、これまでのレポートの取組を振り返り、その成果について明らかにしていく。また、指導者の課題の与え方や声掛けを工夫することにより、生徒のレポートの内容がどのように変容されているか、授業中の見取りを通して考察する。そして、このようなレポートの取組を定期的に行っていくことで、思考の過程を表現する力が高まっていくのではないかと考え、本主題を設定した。

3　研究の目標

全学年におけるレポートの取組が、思考の過程を表現する力を高めることに有効かどうかを、実践を通して明らかにする。

4　研究の仮説

全学年においてレポートの取組を定期的に位置づけ、授業中の生徒への働きかけを工夫すれば、思考の過程を表現する力を高めることができるであろう。

5　研究の方法・内容

（１）本研究における定義づけ

「中学校学習指導要領（平成２９年告示）解説数学編」では、「数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力」について次のように記している。

数学では言葉や数、式、図、表、グラフなどの様々な表現を用いる。数学的な表現は物事の特徴を抽象し簡潔・明瞭に表すとともに、考察対象を一般的に表す。このように数学的な表現は、それを使わないで考えるよりも質の高い思考を可能にする。他方で、数学的な表現には、例えば、式は数量やその関係について一般的な表現や形式的な操作を可能にし、図は視覚的な把握を容易にし、表は変化の規則性を示唆し、グラフは事象の変化の様子を視覚的に把握することを容易にするなど、それぞれに長所がある。指導に当たっては、目的に応じて的確な数学的な表現を選択したり、一つの対象の幾つかの数学的な表現を相互に関連付けたりすることを通して、事象の本質を捉えたり、理解を深めたりするように配慮することが大切である。（下線は東樹）

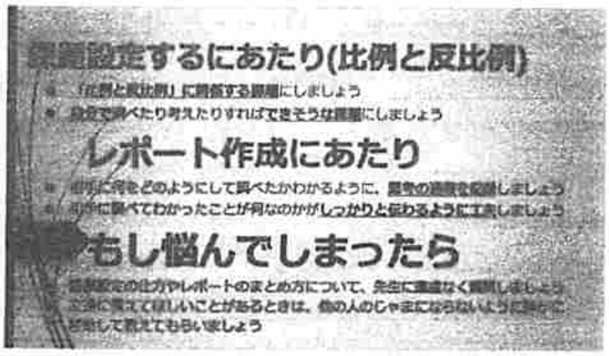
本研究におけるレポートの取組においても、相手に理解してもらえるように、的確に数学的な表現を選択し、相互に関連付けて表現できるように、授業中の生徒への働きかけを工夫していく必要がある。また、「思考・判断・表現」の評価では、数学の知識及び技能を活用して課題を解決することが求められている。

このように、本研究は学習指導要領における評価の観点と関連していることから、「思考の過程を表現する力を高める」ことができているか考察する場面として、まず全国学力・学習状況調査（以下、「全国調査」）において、評価の観点を「思考・判断・表現」とする対象問題の正答率に注目する。この調査は、調査問題ごとに出題の趣旨が示されており、その観点の達成度が国や県の平均と比較できるため有効と考える。また、各学年でレポートの取組を定期的に行い、その経験値を増やしたことで表現力の高まりがどうなったかを考察する場面として、３年次の単元「式の展開と因数分解」におけるレポートの取組について、授業中の見取りや指導者とのやり取りを通して、抽出生徒のレポートの表現がどのように変容していったかに注目する。以上の点から、生徒が既習内容を振り返り、理解できたことを使って表現する力が高まっているか検証する。

（2）研究の手立て

生徒の誰もが既習内容を振り返り、理解できたことを使ってレポートに取り組めるように、生徒の実態を考えながらレポートごとに課題設定のためのアイディアを提示する。例えば、1年次「文字と式」の単元では、棒を使って正方形を何個かつくるときに必要な本数を文字を使って表す学習を実施した後、以下のような基本課題の設定の例示を行った。

A	正三角形など、別な正多角形を横1列に並べ、nを使ったいろいろな式の形で本数を表す
B	正方形を立方体に変えて横1列に並べ、nを使ったいろいろな式の形で本数を表す
C	横1列でない並べ方を考え、n番目を作るのに必要な本数をnを使った式で表す。



このように、「単元や領域の既習内容を振り返り、わかったことなどをまとめられるもの」や「見方や条件を変えたり、与えたデータ等を活用したりして、既習内容を活用してまとめられるもの」を基本とし、「単元や領域の内容を発展させ、日常生活で起こる事象に注目して課題解決し、まとめができるもの」まで課題設定のレベルを設けて提示し、これらを参考に、生徒一人ひとりに課題設定させるようにした。その際、上のように指導者から課題設定のための説明を行い、授業中に生徒の実態に応じて声掛けをしたりアドバイスを与えたりするようにした。

6　研究の実践

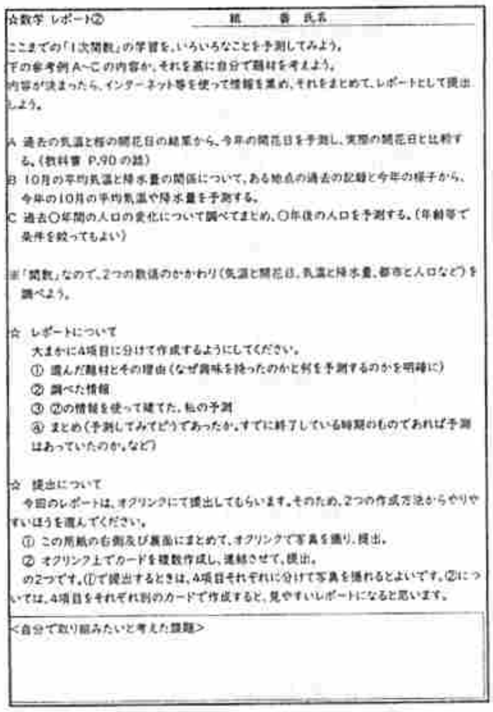
（1）令和3年度入学生

＜取組を試みた単元等＞
1年次　「正負の数」　「文字と式」　「比例・反比例」　「データの活用」
（「平面・空間図形」は休校になったため任意提出とした）
2年次　「文字式の計算」　「一次関数」　「確率」
3年次　「式の展開と因数分解」　「相似」　「標本調査」

1年次の「正負の数」の単元では、教科書にある仮平均の問題から、別の数を仮平均にして正しい平均を求める課題、タブレットを使って佐倉市の10年分の年間降水量を調べて平均を求める課題、社会科で習った時差について計算する課題と例示を行った。すると、どの生徒も自分が取り組みたいことを考え始め、タブレットで調べたりレポート用紙に書き始めたりしていた。そして、「相手にわかりやすく」を意識してレポートを完成させようとする生徒が多く見られた。

「文字と式」の単元では、先に示した課題Aの例示をそのまま課題とし、正三角形で取り組もうとする生徒が多く見られた。また、課題Aの例示に対し、正五角形や長方形など形を変えて式に表す生徒や、課題Cの例示に対しては、横2列にして考え、色を使いながらわかりやすくレポートにまとめた生徒がいた。このように、1年次からどの生徒も意欲的に課題設定を行い、わかりやすくレポートにまとめようとしていた。

2年次の「一次関数」の単元でも右のように課題設定の例示を行い、レポートの作成の流れも示した。また、このレポートはタブレットからオクリンクで提出させるようにした。ここでも生徒はレポート作成の流れに従って意欲的に取り組んでいた。



☆数学 レポート② 組 番 氏名

ここまでの「1次関数」の学習を、いろいろなことを予測してみよう。
下の参考例A~Cの内容か、それを基に自分で題材を考えよう。
内容が決まったら、インターネット等を使って情報を集め、それをまとめて、レポートとして提出しよう。

A 過去の気温と桜の開花日の結果から、今年の開花日を予測し、実際の開花日と比較する。(教科書 P.90の話)
B 10月の平均気温と降水量の関係について、ある地点の過去の記録と今年の様子から、今年の10月の平均気温や降水量を予測する。
C 過去○年間の人口の変化について調べてまとめ、○年後の人口を予測する。(年齢等で条件を絞ってもよい)

※「関数」なので、2つの数値のかかわり(気温と開花日、気温と降水量、都市と人口など)を調べよう。

☆ レポートについて
大まかに4項目に分けて作成するようにしてください。
① 選んだ題材とその理由(なぜ興味を持ったのかと何を予測するのかを明確に)
② 調べた情報
③ ②の情報を使って建てた、私の予測
④ まとめ(予測してみてどうであったか。すでに終了している時期のものであれば予測はあっていたのか。など)

☆ 提出について
今回のレポートは、オクリンクにて提出してもらいます。そのため、2つの作成方法からやりやすいほうを選んでください。
① この用紙の右側及び裏面にまとめて、オクリンクで写真を撮り、提出。
② オクリンク上でカードを複数作成し、連結させて、提出。
の2つです。①で提出するときは、4項目それぞれに分けて写真を撮れるとよいです。②については、4項目をそれぞれ別のカードで作成すると、見やすいレポートになると思います。

<自分で取り組みたいと考えた課題>

3年次では、1つレポートを仕上げてまだ時間があると、さらに違う課題設定を行ってレポートを作成し、2部提出する生徒がどの単元の取組でも複数名見られた。一方、課題設定の段階で手が止まってしまう生徒には、基本課題のアイディアをもとに、学習の内容の振り返りをまとめてみるなどアドバイスを継続的に行ったり、級友と一緒に取り組むように伝えたりした。

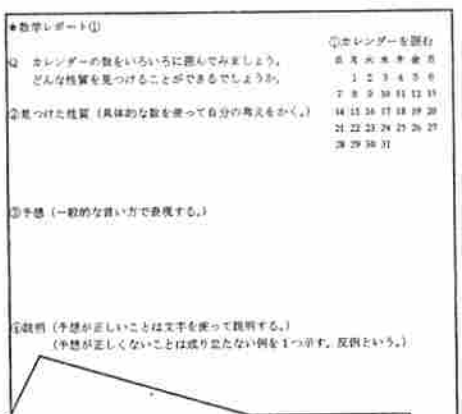
（2）令和4年度入学生

＜取組を試みた単元等＞

1年次	「正負の数」	「文字と式」	「比例・反比例」
	「平面・空間図形」	「データの活用」	
2年次	「文字式の計算」	「一次関数」	「確率」
3年次	「式の展開と因数分解」(夏休み前まで)		

「正負の数」「文字と式」の単元ともに前年度同様の課題設定を提示し、優秀な作品は廊下に掲示して紹介した。

2年次の「文字式の計算」の単元では、カレンダーの数に存在する数の性質の問題から、別の見方で数の性質を調べる課題について、次のような流れでレポートを完成させるように指示を出した。すると生徒は意欲的に数を囲いはじめ、数の性質がないかどうか調べ始めていた。



●数学レポート①

Q カレンダーの数をいろいろに囲んでみましょう。
どんな性質を見つけることができるでしょうか。

①カレンダーを囲む

日	月	火	水	木	金	土
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

②見つけた性質(具体的な数を使って自分の考えをかく。)

③予想(一般的な言い方で表現する。)

④説明(予想が正しいことは文字を使って説明する。)
(予想が正しくないことは成り立たない例を1つ示す。反例という。)

① カレンダーを囲む
② 囲んだ数字を利用して自分の考えをかく
③ どんな性質を見つけたのか、一般的な表現でその予想をかく
④ 文字を使って説明する　予想が正しくなければ成り立たない例を1つ示す
⑤ まとめを書く

7　研究の考察

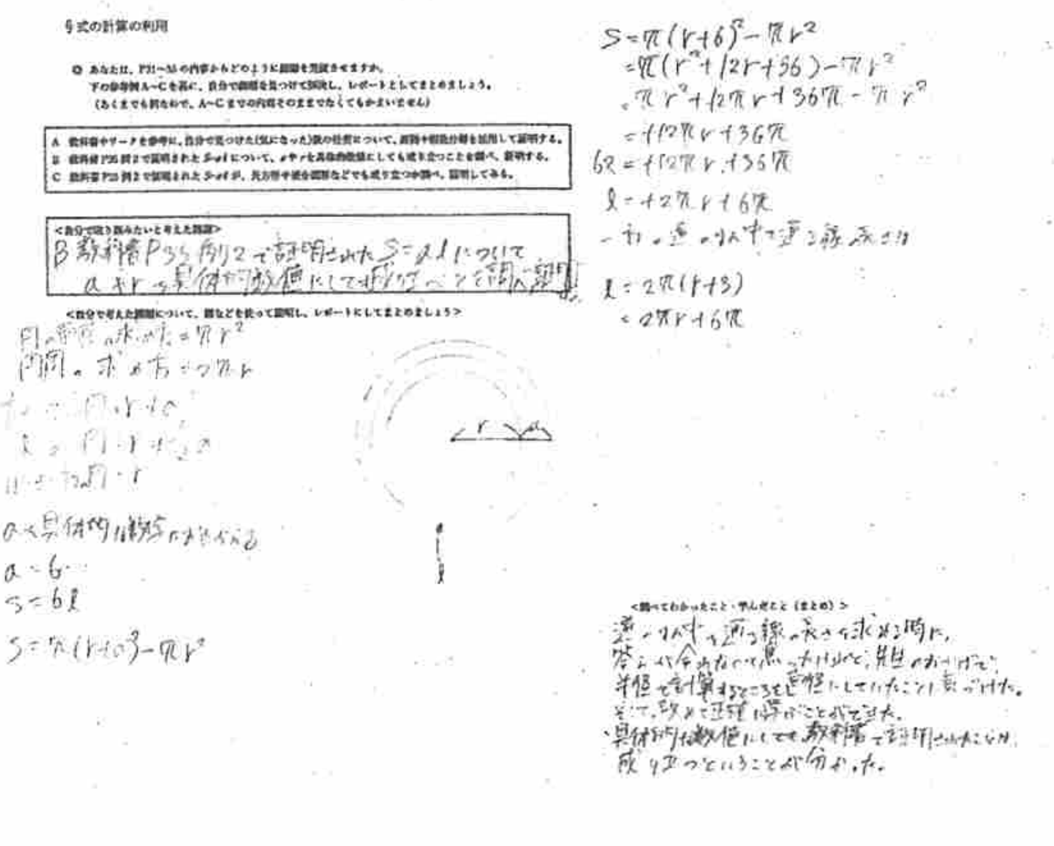
（1）令和３年度入学生

①　令和５年度全国調査から

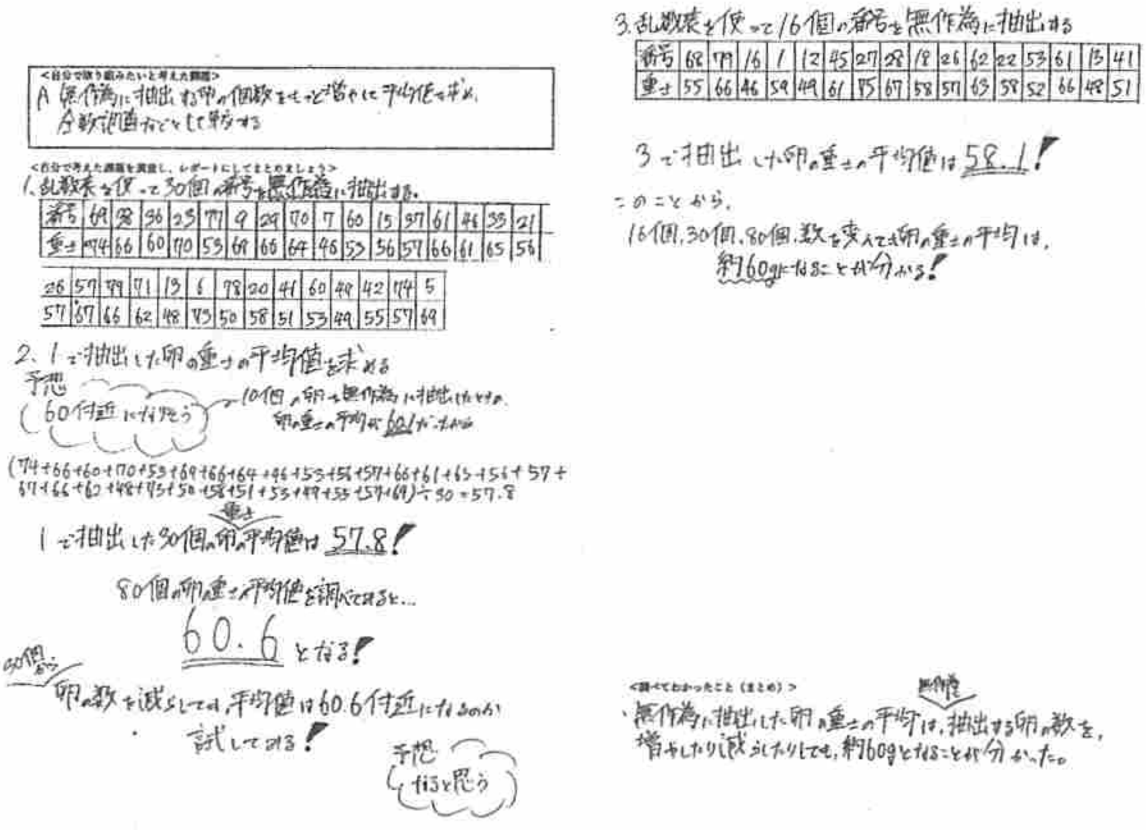
令和３年度入学生を対象に令和５年４月に実施した全国調査では、評価の観点を「思考・判断・表現」とする対象問題５問すべてで全国平均・県平均を上回っていた。特に「結論が成り立つための前提を、問題解決の過程や結果を振り返って考え、成り立つ事柄を見いだし、説明することができるかどうか（６(3)）」「複数の集団のデータの分布の傾向を比較して捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができるかどうか（７(2)）」を出題の趣旨とする問題でその傾向が著しい。このように、記述式で解答する問題の結果から、レポートの取組を通して表現する力が高まっていると考える。

②　抽出生徒のレポートから

全国調査の正答率が１５問中３問で、「思考・判断・表現」の５問すべてで誤答であった生徒を抽出し、３年次に実施したレポートを考察する。「式の展開と因数分解」では、教科書にある S＝aℓ の問題を、a＝6 と具体的数値にして証明の形を学び直す課題を自ら設定し、指導者だけでなく級友にも何度も質問し、粘り強く教えてもらいながら式の展開をしていたが、最後まで証明の流れをつかむことができず、途中でタイムアップとなってしまった。しかし、この生徒のまとめには、半径で計算すべきところを直径で計算していた気づきが記してあった。つまり、証明が完成できなかったのは文字式を誤って捉えて計算していたからだったことが読み取れる。このように、途中（S＝12πr＋36）までできたことはこの生徒の成果であるが、何が間違いだったかを表現できたことも立派な成果であると考える。証明としては不十分だが、この生徒が考えを修正して課題解決しようと取り組んでいたことを見取ることができるのがこのレポートの効果といえる。



半年経ち、この生徒が３年次「標本調査」の単元で作成したレポートを考察する。このレポートは、簡単な場合についての標本調査がしっかりと行われているだけでなく、標本の大きさを適切に設定し、無作為に抽出すれば、全数調査と母集団の傾向があまり変わらないことがしっかりとまとめられていた。このように、単元の違いはあるにせよ、半年前と比べてレポートのまとめ方が向上しているといえる。これは、定期的なレポートの取組の成果と考える。



<自分で取り組みたいと考えた課題>

A 無作為に抽出する卵の個数をもっと増やして平均値を求め、全数調査などとして比較する

<自分で考えた課題を実践し、レポートにしてまとめましょう>

1、乱数表を使って30個の番号を無作為に抽出する。

番号	69	98	36	25	77	9	29	70	7	60	15	97	61	46	33	21
重さ	74	66	60	70	53	69	66	64	46	53	56	57	66	61	65	56

26	57	79	71	13	6	78	20	41	60	49	42	74	5
57	67	66	62	48	73	50	58	51	53	49	55	57	69

2、1で抽出した卵の重さの平均値を求める

予想

60付近になりそう

10個の卵を無作為に抽出したときの卵の重さの平均が60.1だったから

(74+66+60+70+53+69+66+64+46+53+56+57+66+61+65+56+57+67+66+62+48+73+50+58+51+53+49+55+57+69)÷30＝57.8

1で抽出した30個の卵の重さの平均値は57.8！

80個の卵の重さの平均値を調べてみると…

60.6となる！

30個から卵の数を減らしても、平均値は60.6付近になるのか試してみる！

予想

なると思う

3、乱数表を使って16個の番号を無作為に抽出する

番号	68	79	16	1	12	45	27	28	18	26	62	22	53	61	13	41
重さ	55	66	46	59	49	61	75	67	58	57	63	58	52	66	48	51

3で抽出した卵の重さの平均値は58.1！

このことから、

16個、30個、80個、数を変えても卵の重さの平均は、約60gになることが分かる！

<調べてわかったこと（まとめ）>

・無作為に抽出した卵の重さの平均値は、抽出する卵の数を、増やしたり減らしたりしても、約60gとなることが分かった。

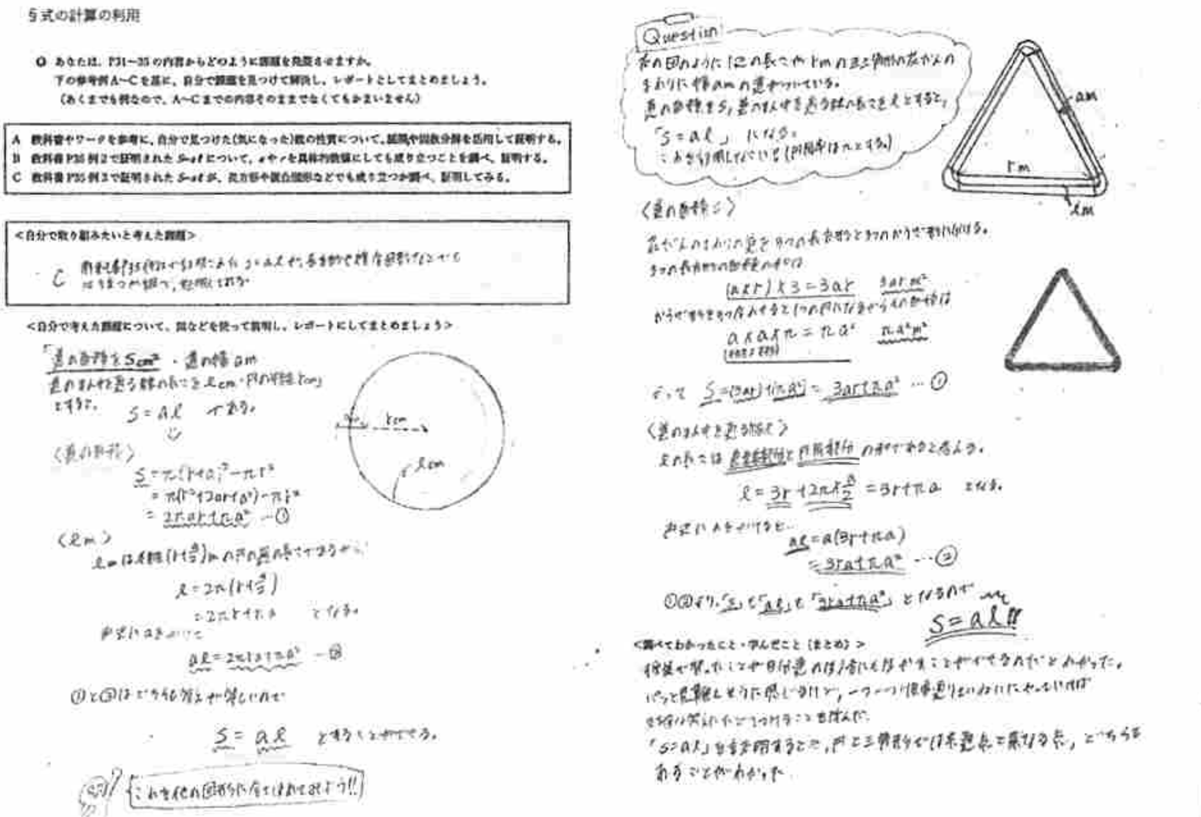
（２）令和４年度入学生

ここでは、３年次「式の展開と因数分解」の単元で実施したレポート授業を振り返り、３名の生徒を抽出して考察する。

① 生徒Ａ

生徒Ａは、普段決まった級友としか話し合いができず、発表することが難しい生徒である。教科書にある$S＝al$の問題について、まず円で成り立つことを復習で証明したのち、正三角形に課題を変えて証明しようと試みた。生徒Ａは正三角形で課題の図をかいたあと、課題がうまく解決できず手が止まっていた。自分から質問をすることがなかったので、指導者が声をかけ、正三角形の頂点付近をおうぎ形にして考えてみたらどうかと提案した。その後、生徒Ａは授業内でそのレポートを完成させることができなかったが、自主的に家に持ち帰り、次の授業開始前に証明を完成させたレポートを提出した。

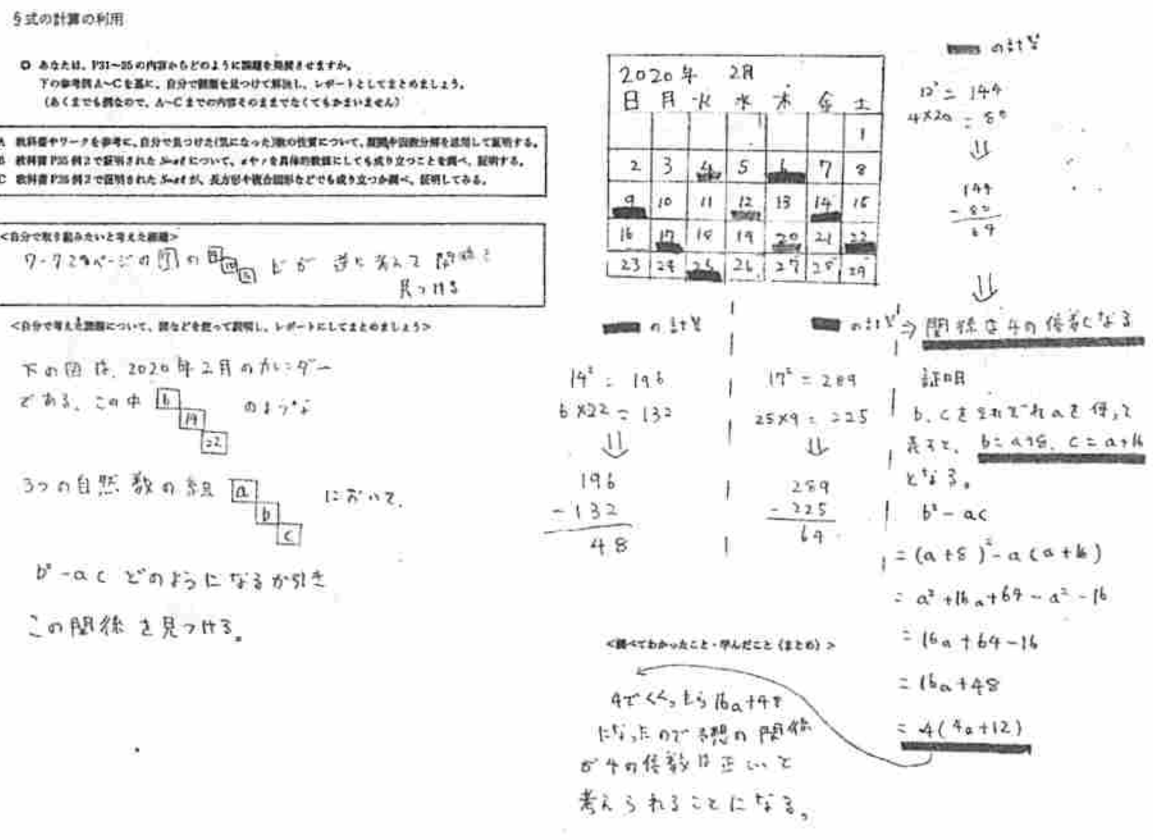
授業後の振り返りでは、「パッと見難しそうに感じるけど、一つ一つ順番通りていねいにやっていけば、正確な答えにたどりつけることを学んだ。「S＝aℓ」を証明するとき、円と三角形では共通点と異なる点、どちらもあることがわかった。」と記述していた。レポートの取組を通して、正しく証明をすることができているだけでなく、証明を論理的に順序良く行うことのよさに気づくことができている。



② 生徒B

生徒Bは、基本の計算はできるが、複雑な計算は自力でできなくなる生徒である。２年次に実施したカレンダー問題が３年次にもあることに気づき、右上から左下へ３つの数 a、b、c の組の関係が b^2-ac が常に 36 になるという問題を発展させ、左上から右下に３つの数 a、b、c の組に関係が何かないか調べ、気づいた性質を証明する課題を設定した。興味をもって数の性質を調べ始めたが、常に同じ数になるわけでないのでどうしようと指導者に質問してきた。複数の計算結果に注目させたところ、48 や 64 が４の倍数になっていると発見したので、それを証明してみるように促した。机間指導が一周すると今度は、a を使って b や c について表すことができず、再度質問してきた。２つの数の差に注目して計算するように指導した後、机間指導を一周してさらに声をかけると、今度は４の倍数の形にする方法がわからないというので、「４×○」の形に変形させるように指導して証明を何とか完成させた。

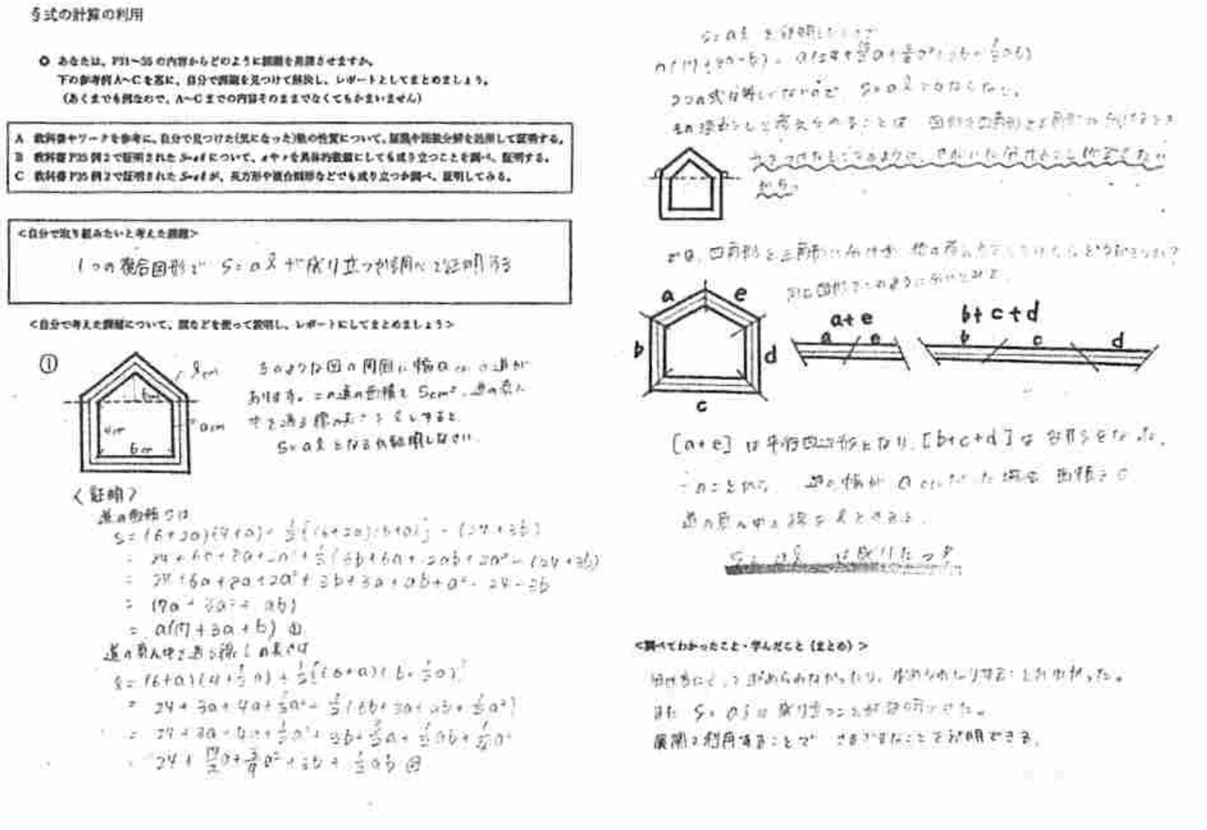
授業後の振り返りでは、「展開や因数分解が基本となり、それから証明などがつながるので大変でした。**レポートでは自分で発見をしてとてもすっきりできました。発見した時のおどろきがとてもすごかったです。**」と記述していた。レポートの取組を通して、質問を繰り返しながら課題解決していき、結果として発見したことを展開や因数分解を使って証明の形にしっかりと表すことができている。



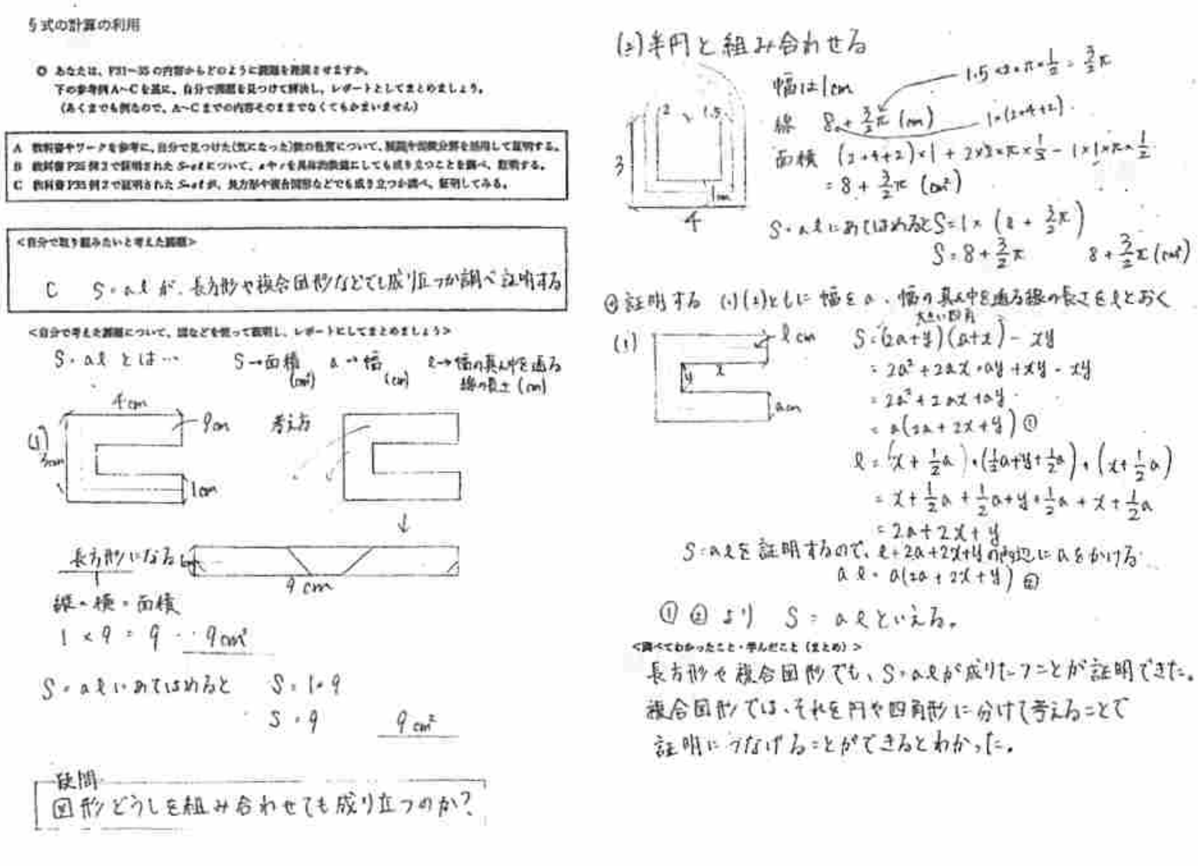
③ 生徒C

生徒Cは、授業中よく挙手して発表できる生徒である。授業の始めから複合図形で「S＝aℓ」が成り立つかどうか考え始めた。しばらくして声をかけると、証明がうまくいかないことを嘆いてきた。うまくいかなかった理由がわかったら書くと良いと指導したところ、その理由を図を使ってわかりやすく書き出すだけでなく、別の考え方で「S＝aℓ」の証明ができることも図を使って表現していた。

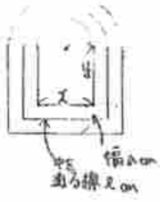
授業後の振り返りでは、「分け方によって求められなかったり、求められたりすることがわかった。**展開を利用することで、さまざまなことを証明できる。いろいろな図形で「S＝aℓ」の証明や、何かの法則を見つけて証明したい**」と記述していた。レポートの取組を通して、形によっては円のときの証明と同様にできないが、違う考え方で証明できることに気づき、それをわかりやすく説明することができている。そして、他の課題での証明にも意欲を見せている。



今年度の生徒は、基本の課題設定が3割程度にとどまり、数や図形の性質を自分で見つけ証明しようとする課題設定をした生徒が多く見られた。



(2)の証明



$$S=\left(\frac{1}{2}x+a\right)^2\times\pi\times\frac{1}{2}+(a+y)\times(a+x+a)-\left(\frac{1}{2}x\right)^2\times\frac{1}{2}\pi-xy$$
$$=\left(\frac{1}{4}x^2+ax+a^2\right)\times\frac{1}{2}\pi+(a+y)\times(2a+x)-\frac{1}{4}x^2\times\frac{1}{2}\pi-xy$$
$$=\frac{1}{8}\pi x^2+\frac{1}{2}\pi ax+\frac{1}{2}\pi a^2+2a^2+ax+2ay+xy-\frac{1}{8}\pi x^2-xy$$
$$=\frac{1}{2}\pi ax+\frac{1}{2}\pi a^2+2a^2+2ay+ax$$
$$=a\left(\frac{1}{2}\pi x+\frac{1}{2}\pi a+2a+2y+x\right) \quad ①$$
$$\ell=\left(x+\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}a\right)\times\pi\times\frac{1}{2}+\left(y+\frac{1}{2}a\right)+\left(\frac{1}{2}a+x+\frac{1}{2}a\right)+\left(y+\frac{1}{2}a\right)$$
$$=\frac{1}{2}\pi x+\frac{1}{2}\pi a+y+\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}a+x+\frac{1}{2}a+y+\frac{1}{2}a$$
$$=\frac{1}{2}\pi x+\frac{1}{2}\pi a+2a+2y+x$$

両辺にaをかける

$$a\ell=a\left(\frac{1}{2}\pi x+\frac{1}{2}\pi a+2a+2y+x\right) \quad ②$$

①②より　$S=a\ell$ といえる.

・　上記の生徒のレポートは両面にわたって作成しており、指導者に対する質問は何もなく、1時間の授業内で自力解決できている。このように、1年次からの定期的なレポートの取組により経験値が増え、自分ができると思うことを想定して課題設定できるようになっている。そして、生徒の多くが自力解決だけでなく、指導者や級友を頼るなど様々な形で課題解決し、思考の過程を表現する力を確実に身につけている。

8　成果と課題

（1）成果

全学年においてレポートの取組を定期的に位置づけ、誰もが取り組める課題設定のアイディアを与えたり、生徒の実態に合わせたアドバイスを与えたり、授業中の働きかけを工夫することで、思考の過程を表現する力を高めることができた。

（2）課題

レポートが白紙になってしまう生徒もいる。このような生徒に対する働きかけにはさらに工夫が必要である。また、レポート授業の時間を確保すると問題練習の時間が少なくなるので、授業時間の調整が必要である。

引用文献

・　中学校学習指導要領解説　数学編

参考文献

・　「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料【中学校数学】
・　外山滋比古(1986)「思考の整理学」筑摩書房