

児童が主体的に用いる数学的な考え方の育成 — 数学的な考え方のストラテジーの指導を通して —

1. 設定理由

変化の激しい21世紀の社会では、知識の習得ばかりではなく、論理的に考えたり他者にわかりやすく表現したりする実社会で活用できる能力の育成が求められている。そのため、算数・数学教育においては、知識や技能を習得するだけでなく、数学的な考え方の育成がいつそう重要となると考える。ところで、数学的な考え方の重視は、昭和33年告示の学習指導要領から繰り返し述べられてきていることであり、その教育的意義は普遍的であると考えられる。しかし、学校現場では、数学的な考え方とは何か、どのように指導するかについては曖昧な部分も多く、数学的な考え方を具体的にとらえることに課題があるため本主題を設定した。

中央教育審議会は2016年12月に、「学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）」において、各教科の「見方・考え方」について、「各教科等を学ぶ本質的な意義の中核をなすものとして、教科等の教育と社会をつなぐものである。」とその重要性を述べている。また、学びの「深まり」の鍵となるものとして、「見方・考え方」が極めて重要になると強調している。算数科においても、数学的な考え方を「数学的な見方・考え方」と改め、その大まかなとらえ方を示したところである。これを受けて、「数学的な見方・考え方」の指導をどのように具現化していくかについて焦点を当てて追究していくことが今後なお一層求められると考える。

2. 研究仮説

第5学年「図形の角」、「四角形と三角形の面積」の学習において、解決に用いた数学的な考え方を振り返る場面で、数学的な考え方を児童がわかる言葉でまとめ、ストラテジーとして示し、同じ数学的な考え方を使って解決した学習経験について振り返ることで、数学的な考え方を使っていこうとする態度が養われるであろう。

3. 研究内容

- (1) 研究主題に関する理論的な研究
- (2) 検証授業の実際
- (3) 検証授業についての分析・考察

4. 結 論

第5学年の一部の単元における実践ではあるが、解決に用いた数学的な考え方を振り返る場面で、数学的な考え方を児童がわかる言葉でまとめ、ストラテジーとして示し、同じ数学的な考え方を使って解決した学習経験について振り返ることで、数学的な考え方を使っていこうとする態度が養われるといえる。

児童が主体的に用いる数学的な考え方の育成

～数学的な考え方のストラテジーの指導を通して～

1 研究主題設定理由

(1) 今日の課題から

変化の激しい21世紀の社会では、知識の習得ばかりではなく、論理的に考えたり他者にわかりやすく表現したりする実社会で活用できる能力の育成が求められている。そのため、算数・数学教育においては、知識や技能を習得するだけでなく、数学的な考え方の育成がいつそう重要となると考える。ところで、数学的な考え方の重視は、昭和33年告示の学習指導要領から繰り返し述べられてきていることであり、その教育的意義は普遍的であると考えられる。しかし、学校現場では、数学的な考え方とは何か、どのように指導するかについては曖昧な部分も多く、数学的な考え方を具体的にとらえることに課題があるといえる。

中央教育審議会は2016年12月に、「学習指導要領等の改善及び必要な方策等について(答申)」において、各教科の「見方・考え方」について、「各教科等を学ぶ本質的な意義の中核をなすものとして、教科等の教育と社会をつなぐものである。」とその重要性を述べている。また、学びの「深まり」の鍵となるものとして、「見方・考え方」が極めて重要になると強調している。

算数科においても、数学的な考え方を「数学的な見方・考え方」と改め、その大まかなとらえ方を示したところである。これを受けて、「数学的な見方・考え方」の指導をどのように具現化していくかについて焦点を当てて追究していくことが今後なお一層求められると考える。

なお、2012年(平成24年度)の千葉県長期研修生として、数学的な考え方の系統性について研究し、数学的な考え方の系統表(例)を作成している。本研究は、数学的な考え方の系統性に留意した指導についての実践である。

(2) 児童の実態から

本校は、林や水田の多い地域にあり、工場なども多く集まっている。自然が豊かな地域だが、学区に駅や図書館はない。全校児童数は171人で全学年単学級である。意欲的に算数の授業に取り組む児童が多いが、学力の個人差も大きい。

本学級の児童は、落ち着いた態度で集中して問題について考えることができるが、考え方をノートに表現したり、友だちに説明したりすることに苦手意識のある児童が多い。問題によっては、何をどのようにかいてよいかわからず、何もかけない児童も見られることがある。また、考えを説明する場面では、どのように解いたかを順を追って話すことが多く、なぜそうしたかのかについて理由や根拠を、既習事項等を使って述べることができていない児童が多い。

そのため、児童が自分で見通しをもって考えを進めていくことができるようにしたり、既習事項等を使って考えの理由や根拠を説明したりすることができるように指導していくことが必要と考える。特に、授業の流れからなんとなく帰納的な考え方や類推的な考え方、演繹

的な考え方をしていたが、数学的な考え方が使えるようになっていないという課題もあるので、児童がどのような数学的な考え方を使っているのかを認識して意図的に使っていくことができるようにしていきたい。

2 研究の目標

「児童が主体的に用いる数学的な考え方」を、児童がわかる言葉で提示し、それぞれの考え方を具体的にとらえさせることが、よりよく問題解決しようとする態度の育成に効果があることを明らかにする。

3 研究の実際

(1) 研究仮説

第5学年「図形の角」、「四角形と三角形の面積」の学習において、解決に用いた数学的な考え方を振り返る場面で、数学的な考え方を児童がわかる言葉でまとめ、ストラテジーとして示し、同じ数学的な考え方をを使って解決した学習経験について振り返ることで、数学的な考え方を使っていこうとする態度が養われるであろう。

(2) 研究内容と方法

- ア 研究主題に関する理論的な研究
- イ 検証授業の実際
- ウ 検証授業についての分析・考察

4 研究の具体的内容

(1) 研究主題に関する理論的な研究

本研究では数学的な考え方を、数学的な考え方が具体化された昭和43年の学習指導要領をもとに、2008年（平成20年度）の学習指導要領改定の趣旨である表現についての観点を加え、次のようにとらえる。

「数学的な考え方」とは、日常の事象を数理的にとらえること、見通しをもち筋道を立てて考えること、目的に応じて結果を考察し処理すること、考える手段としての表現の仕方、考えを説明したり伝え合ったりするための表現の仕方ととらえる。

また、杉山吉茂（1989）の数学的な考え方の分類の仕方をもとに、本研究においては、数学の方法に関係した数学的な考え方を、次のように分類することにする。

日常の事象を数理的にとらえること

- ①抽象化の考え方 ②理想化の考え方 ③単純化の考え方
- ④数量化、図形化、記号化の考え方 ⑤具体化、特殊化の考え方

見通しをもち筋道を立てて考えること

- ①帰納的な考え方 ②類推的な考え方 ③演繹的な考え方

目的に応じて結果を考察し処理すること

- ①形式化する考え ②一般化の考え方 ③統合的な考え方、拡張的な考え方
- ④発展的な考え方

また、問題を解決することができるようにするためには、問題に対し能動的に働きかけ、

自分自身でものを考える主体性が必要である。本研究では、小学校段階で主体的に用いることができるようにするべき数学的な考え方を、教科書の練習問題を解決するために必要となる数学的な考え方ととらえることにする。そして、教科書の練習問題を解決するために上記のどの数学的な考え方が用いられているかを指導書の記載から分析を行った。その結果、概ね以下の考え方が用いられていることがわかった。そこで、次のような数学的な考え方を「児童が主体的に用いる数学的な考え方」とする。特に、「主体的に」とは、他者から提示されたり指示されたりしなくても、自分自身で（数学的な考え方を）用いる」という意味である。

児童が主体的に用いる数学的な考え方

日常の事象を数理的にとらえること

・単純化の考え方 ・図形化の考え方 ・記号化の考え方

見通しをもち筋道を立てて考えること

・帰納的な考え方 ・類推的な考え方 ・演繹的な考え方

さらに、児童が主体的に用いる数学的な考え方について、どの学年でどのような指導をするかを指導書の記載から抽出することで、系統表を作成した。(資料1) これは、数学的な考え方の系統性に留意した指導の参考になるものとする。

これらの数学的な考え方を、児童が意図的に使っていくことができるようにするため、次のような児童がわかる言葉に直して示すことにする。

単純化の考え方・・・わかるものから考える。簡単な場合に置きかえて考える。

図形化の考え方・・・図を活用する。

記号化の考え方・・・よい記号を選ぶ。

帰納的な考え方・・・規則性（パターン）を調べる。

類推的な考え方・・・似ている問題と同じように考える。

演繹的な考え方・・・習ったことを使う。

一方、算数・数学教育における問題解決のストラテジーを大須賀康宏・石田淳一（1986）は、「当面する問題を解決しようとする場合に、助けとなる問題解決の全般的な手順や解法発見の手がかりを与える方法」ととらえている。

R.チャールズ／F.レスター（1983）は、よい問題解決者になるために必要な問題解決の経験について次のように述べ、問題解決のストラテジーを探究する活動を挙げている。

よい問題解決者になるということは、よい芸術家、よい作家、よいテニスプレーヤーになるということと多くの共通の面をもっている。大多数の人々にとっては、問題を解くことが唯一の最も重要な要素ではあるけれども、よい問題解決者になるためには、問題を解くことを単に試みるというだけでは十分ではない。

この考えを念頭において、子どもたちに必要な問題解決の経験として、3つのタイプのもを特定してきている。この3つのタイプというのは：

1. 問題を解くためのレディネス経験
2. 基本的な問題解決のストラテジーを探究するための諸活動
3. 種々のタイプの問題を解くことと、その解決について議論すること (p36)

さらに、古藤（1985）は、数学的な考え方と問題解決のストラテジーとの関連を著書において示しながら、問題解決を通して、ストラテジーを体得していくことの重要性を次のよう

に述べている。

②解決の段階

この段階では、上の課題設定の段階で提示された問題を、子どもたちが彼らのもつ、既習経験や知識・技能、及び手だてを駆使して自分の力で解決に導くことが中心的な活動である。

ここでは、当面する問題を解決して、その解答を求めることが主要なねらいであるが、併せて、それを解決する際に使用したいろいろなアイデアを、その場限りの単なる思いつきにとどめないで、それらのアイデアをクローズ・アップさせ、さらに、これを他の問題の解決の場にも適用できるように、いわゆる数学的な考え方、または、ストラテジーまで高めることに、より重要なねらいがあるといえよう。(p12)

これらのことから、問題解決を通して問題解決のストラテジーを学習することが、よりよく問題解決する態度を養う上で重要といえる。本研究では、児童が主体的に用いる数学的な考え方を児童がわかる言葉にしてリストアップしたもの(資料2)をストラテジーと呼ぶことにする。

また、G. ポリア(1954)は、問題解決の過程に「ふり返ってみることを」位置付け、その効果を次のように述べている。

13. 振り返ってみることは かなりできのよい学生でも解答が得られてそれをきちんとかいてしまうと、本をとじて何か外のことに気をとられるのが普通である。このようにしてかれらは仕事の大切で意義深い部分をにがしてしまうのである。解ができ上がった時にこれを振り返り、結果を調べ直してそれ迄たどった道を見直すことは、かれらの知識をいっそうたしかなものにし、問題をとく能力をゆたかにするものである。(pp.18-19)

本研究においても、振り返りの過程で、どのような手がかりをもとに考えを進めたのかを見つめ直しながら児童がストラテジーを獲得していくことに留意していく。振り返りの重視については、2016年12月に示された学習指導要領等の改善及び必要な方策等について(答申)においても、主体的・対話的で深い学びの実現のために求められるものとして述べられており、新学習指導要領の示す方向性とも合致する。

ところで、大須賀・石田(1986)や林(1987)などの先行研究では、ストラテジーの指導は各ストラテジーに特化した問題を通して行っているが、本研究は教科書の内容に沿って各単元の学習をする過程でストラテジーの体得をめざしている。そのため、単元学習の過程で、単元をまたいで用いられる共通の考え方を振り返っていくことが、児童がよさや効果を実感しながらストラテジーを自分のものにしていくことにつながる。そして、数学的な考え方の系統性を示した児童が主体的に用いる数学的な考え方の系統表は、単元をまたがって、或いは学年をまたいで用いられる共通する考え方をみていくのに使用できる。

(2) 検証授業の実際(第5学年27名)

ここでは、第5学年の「図形の角」、「四角形と三角形の面積」に焦点を当て、帰納的な考え方、類推的な考え方、演繹的な考え方の指導を通して、ストラテジーの指導の例を示す。

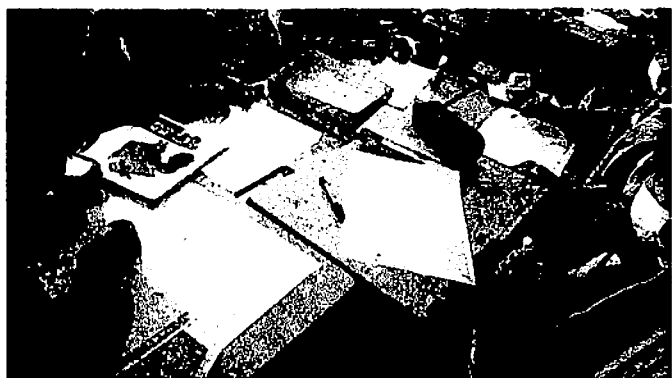
＜数学的な考え方についての指導計画＞

単元名	時数	目 標	数学的な考え方に関する学習活動
図形の角	1 ・ 2	三角形の内角の和は 180° であることを理解し、計算で三角形の角の大きさを求めることができる。	三角形を構成する3つの角の大きさについて、規則性を見出す。(帰納)
	3	四角形の内角の和は 360° であることを理解し、計算で四角形の角の大きさを求めることができる。	三角形の内角の和が 180° であることをもとに、四角形の内角の和が 360° であることを示す。(演繹)
	4	「多角形」を知り、多角形の内角の和の求め方を考え、内角の和を求めることができる。	三角形の内角の和が 180° であることや四角形の内角の和が 360° であることをもとに、多角形の内角の和を求める。(演繹) 五角形の内角の和を四角形の場合と同じように考える。(類推) 多角形の内角の和を表に表し、規則性を見出す。(帰納)
	5 ・ 6	基本図形の敷き詰めを通して、図形に親しみ、その美しさを感じ得るとともに、論理的な思考力を高める。	四角形の内角の和が 360° であることをもとに、合同な四角形が敷き詰め可能であることを説明する。(演繹)
	7	学習内容の定着を確認し、理解を確実にする。	
四角形と三角形の面積	1	平行四辺形の面積の求め方を考え、説明することができる。	平行四辺形の面積を、図形を分割したり移動したりして変形させることで、長方形の面積をもとに考える。(演繹)
	2	平行四辺形の面積の公式をつくり出し、それを適用して面積を求めることができる。	
	3	高さが平行四辺形の外にある場合でも、平行四辺形の面積の公式を適用できることを理解する。 どんな形の平行四辺形でも、底辺の長さと高さが等しければ、面積は等しくなることを理解する。	高さが平行四辺形の外にある場合の面積を、平行四辺形を変形させることで、長方形の面積をもとに考える。(演繹) 高さが平行四辺形の外にある場合の面積を、高さが中にある場合と同じように、図形を分割したり移動させたりして考える。(類推)
	4	三角形の面積の求め方を考え、説明することができる。	三角形の面積を、分割したり移動したり、倍積変形したりすることで、既習の図形の面積をもとに考える。(演繹)
	5	三角形の面積を求める公式をつくり出し、それを適用して面積を求めることができる。	
	6	高さが三角形の外にある場合でも、三角形の面積の公式が適用できることを理解する。 どんな形の三角形でも、底辺の長さと高さが等しければ、面積は等しくなることを理解する。	高さが三角形の外にある場合の面積を、倍積変形することで、平行四辺形の面積をもとに考える。(演繹) 高さが三角形の外にある場合の面積を、2つの直角三角形の差とみることで、既習の三角形の面積をもとに考える。(演繹) 高さが三角形の外にある場合の面積を、高さが図形の中にある場合と同じように倍積変形して考える。(類推)

7	台形の面積の求め方を考え、説明することができる。	台形の面積を、既習の三角形や四角形の面積をもとに考える。(演繹) 台形の面積を、平行四辺形や三角形の面積と同じように分割して移動したり、倍積変形したりして考える。(類推)
8	台形の面積を求める公式をつくり出し、それを適用して面積を求めることができる。	
9	ひし形の面積の求め方を考えることができる。 ひし形の面積を求める公式をつくり出し、それを適用して面積を求めることができる。	ひし形の面積を、既習の三角形や四角形の面積をもとに考える。(演繹) ひし形の面積を、平行四辺形や三角形、台形の面積と同じように、分割して移動したり、既習の図形の組み合わせととらえたりして考える。(類推)
10	算数的活動を通して学習内容の理解を深め、興味を広げる。	

<帰納的な考え方の指導>

「図形の角」の第1時では、 $20^{\circ} \sim 135^{\circ}$ (5° 間隔、24種類)の角から三つ選んで三角形を構成する活動を通して、三角形を構成するための角の条件を考えさせた。児童は鈍角を二つ選んだら三角形は作れないことに気づいたり、角を二つ選んだら三つめの角の大きさが必然的に決まってくることに気づいたりした。



その後、児童が作ったいろいろな三角形(資料6)に共通するきまりとして、どれも三つの角の和が 180° になっていることに気づかせた。

そして、内容のまとめとして、「どんな三角形も三つの角の大きさの和は 180° になる。」ことをおさえた。授業の終わりには、授業の過程を振り返り、一つ一つ具体的に調べながらも、そこに規則性を見出していくことが有効であることに着目させ、「算数では、規則性(パターン)をみていくことが大切。」のように考え方についてもまとめて、ストラテジーとして掲示した。ストラテジーは教科書の裏表紙にも貼った。

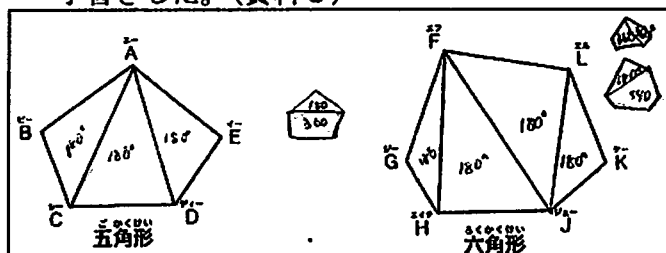
「図形の角」の第4時の後半には、多角形の内角の和を次のような表にまとめていき、七角形の内角の和を規則性に着目して求められることに気づかせていった。

	三角形	四角形	五角形	六角形	七角形	
三角形の数	1	2	3			
角の大きさの和	180°	360°	540°			

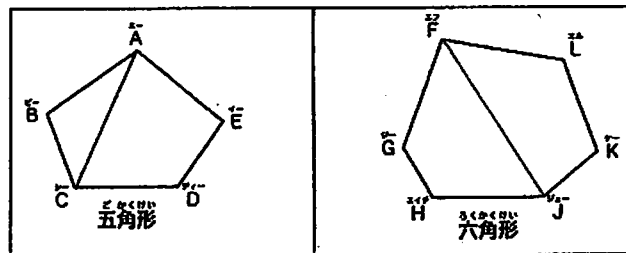
そして、内容のまとめとして、「多角形の内角の和は三角形のいくつ分と考えれば求められる。」ことをおさえ、方法のまとめとして規則性を見ていくことのよさについても振り返り、特に表を使って規則性を見ていくことをストラテジーとして意識づけ、リストに表について手書きした。(資料3)

<類推的な考え方の指導>

「図形の角」の第4時の前半には、五角形と六角形の内角の和を考えた。図1のように三角形に分けて考えたり、図2のように四角形に分けて考えたりする児童が見られた。どちらも、三角形の内角の和が 180° であることや四角形の内角の和が 360° であることをもとにして多角形の内角の和を求めているので、演繹的な考え方をしているといえるが、児童Aの方は着想として、四角形を三角形二つに分けて考えたので同じように五角形も三角形三つに分けて考えたともいえる。そこで、このように「似ている問題を同じように考える。」ことをストラテジーとしておさえた。リストには、四角形と同じように五角形を考えられることを手書きした。(資料3)

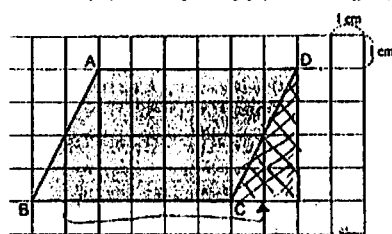


【図1 児童Aのノート】

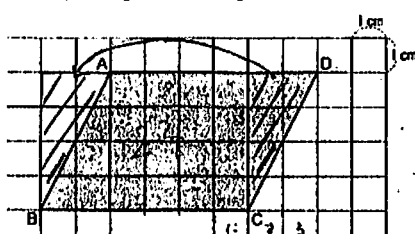


【図2 児童Bのノート】

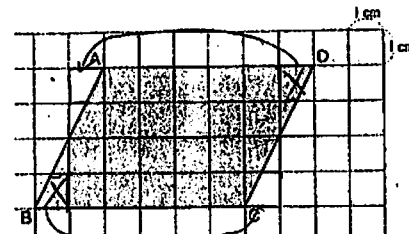
「四角形と三角形の面積」の単元では、第1時に平行四辺形の面積の求め方を考えた。次の図のように分割して移動する方法が多かった。



【図3 児童Cのノート】

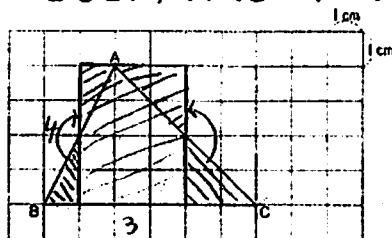


【図4 児童Dのノート】

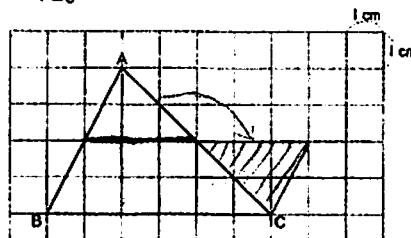


【図5 児童Eのノート】

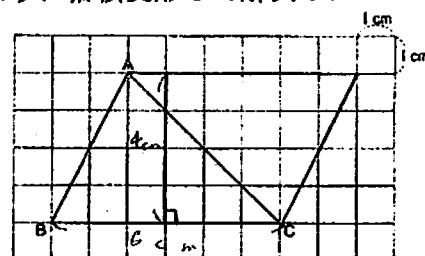
第3時の高さが外にある平行四辺形の面積も同様（分割して移動する方法）に解決した児童が多かったので、第1時と同じ方法で解いていることを振り返りで確認した。第4時の三角形の面積も図6や図7のように分割して移動する方法で考えた児童が見られ、同じように解いていることを振り返りで確認した。リストには、平行四辺形の面積と三角形の面積を同じ方法で考えたことを手書きした。一方、上位の児童が図8のように倍積変形して解決したのをもとに、公式をつくっていった。



【図6 児童Aのワークシート】

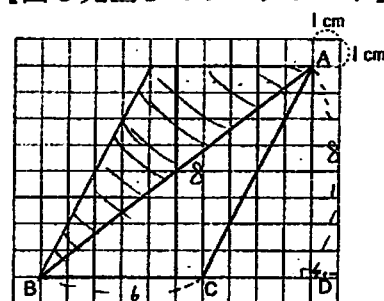


【図7 児童Bのワークシート】



【図8 児童Fのワークシート】

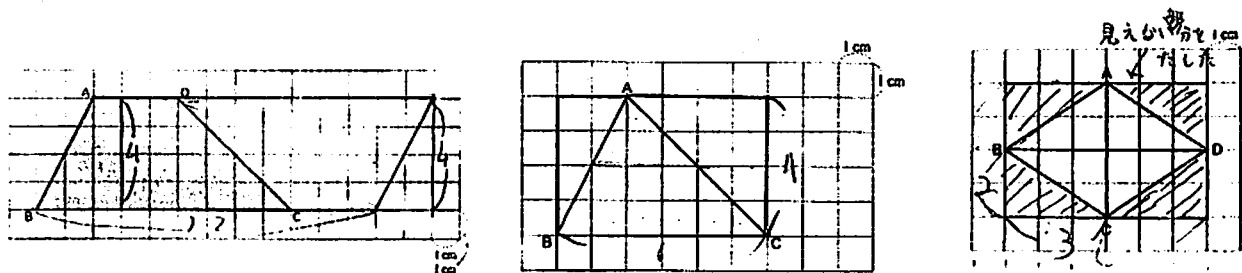
第6時の高さが外にある三角形では、第4時の児童Fと同じように倍積変形して解決する児童（図9）が多かった。前時と同じ方法（倍積変形）で解いていることを振り返りで確認し、似ている問題を同じように解いていくことをス



【図9 児童Bのワークシート】

トラジェーとして意識づけていった。

第7時の台形の面積についても、同様に倍積変形する児童が多かった。(図10)



【図10児童Cのワークシート】 【図11児童Gのワークシート】 【図12児童Aのワークシート】

第9時のひし形の面積においては、図12のように、ない部分をたして解決していく児童が見られた。三角形の面積を考えた時も、図11のようにない部分をたして考えた児童が見られたので、同様に考えて解決していることを確認した。

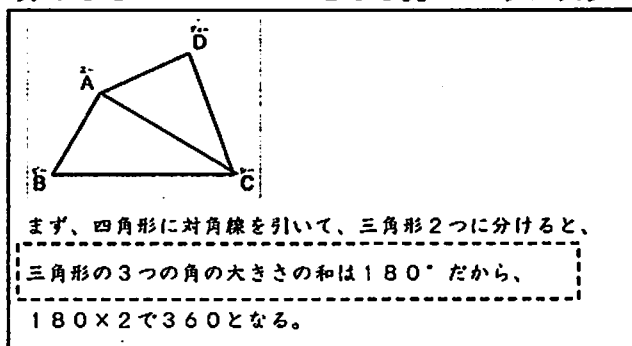
このように、同様の考え方を振り返ってつなぎながら、似ている問題を同じように解決していこうとする考え方を価値づけていった。

<演繹的な考え方の指導>

「図形の角」の第3時では、四角形の内角の和を、分度器で測らないで求める方法を考えた。前時までに三角形の内角の和について学習しているので、四角形に対角線を1本引いて二つの三角形に分けることで、三角形の内角の和が 180° であることをもとにして四角形の内角の和が 360° であることを求めた。その後、四角形を切って四つの角を一つの中心に集めることで、実際に操作したものを根拠に内角の和が確かに 360° になることをおさえた。

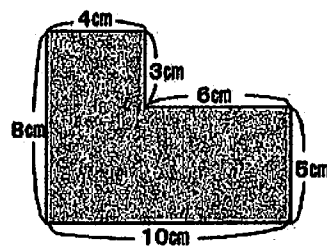
そして、内容のまとめとして、「どんな四角形も四つの角の大きさの和は 360° になる。」ことを確認した。最後に、既にわかっている三角形の内角の和をもとにして、四角形の内角の和を導いたことを振り返り、「算数では、習ったことを使うことが大切。」のように考え方についてもまとめ、ストラテジーとした。

児童のノートや説明を見ると、「三角形に分けると $180 \times 2 = 360$ となる。」のように表現しているものが多かった。そのため、演繹的な考え方として、既にわかっていること(ここでは、三角形の内角の和が 180° であること。)を使って、それをもとに説明していくことができるようにするため、右の□のようにわかっている何を使うのかを明確に述べるように指導した。

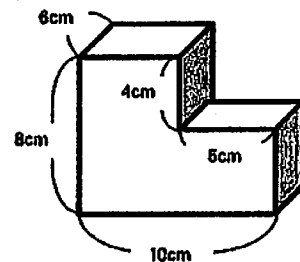


「四角形と三角形の面積」の第1時では、平行四辺形の面積の求め方を考えた。図3～図5のように分割したり移動したりして面積を求めたことは多くの児童が説明できたが、長方形の面積に帰着するためにそうしていることを述べられた児童は少なかった。図形を変形したことだけでなく、なぜそう変形したのかも説明できるようにしたいと考え、演繹的な考え方として既にわかっていること(ここでは、長方形の面積の求め方。)を使って説明していくことを確認した。授業の終わりには、どう解いたかだけでなく、なぜそうしたのかについて

も習ったことを使って説明していったことを振り返り、習ったことを使って説明していくことをストラテジーとしておさえた。さらに、2年生の九九の利用や4年生の複合図形の面積(図13)、5年生の複合図形の体積の学習(図14)について振り返り、どれも「切る」ということが共通していることに気づかせた。それぞれがなぜそうしているのか考えてみると、どれも習ったことが使えるようにするために切っていることを認識できる。切ることによって既に習ったことに帰着させる考え方が、単元や学年をまたいでいろいろな問題に有効であることから、このストラテジーの効果を強調した。



【図13】

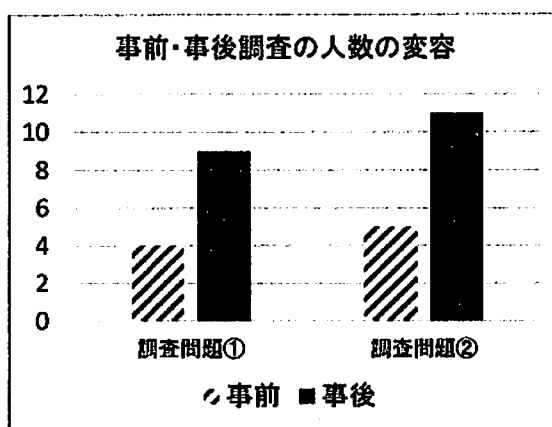


【図14】

(3) 検証授業についての分析・考察

ア 帰納的な考え方をみる問題の調査結果

規則性に着目して解決することが有効な問題(資料7)を事前、事後に実施し、規則性に着目して解決しているかを調査した。右のように、規則性に着目して解いている児童が増加した。



特に、児童Hは、事前調査では規則性に着目して解決することができていなかったが、「図形の角」の第3時を終えた時点で実施した調査問題③では、右のように規則性に着目して解る様子が見られた。児童Hは事後調査でも、規則性に着目して解決することができた。このことから、ストラテジーの指導を通して、規則性に着目して解決しようとする児童が増えていったと考えられる。



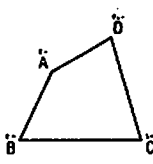
【児童Hの事後調査の回答】

イ 類推的な考え方をみる問題の調査結果

「図形の角」の第3時実施前に調査問題④を、第4時実施前に調査問題⑤を実施した。

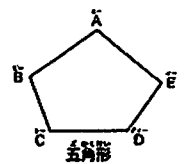
調査問題④

四角形の4つの角の大きさの和は、何度になりますか。角度をはからなくて求めましょう。



調査問題⑤

五角形の5つの角の大きさの和は、何度になりますか。角度をはからなくて求めましょう。

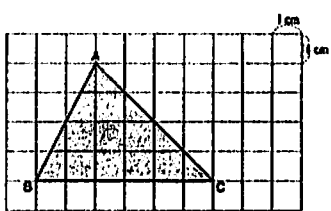


調査問題④を三角形に分け、三角形の内角の和が 180° であることをもとに自力解決できた児童は5人であった。調査問題⑤を同じように三角形に分ける方法で自力解決した児童は13人に増加(2.6倍)した。

「四角形と三角形の面積」の第4時実施前に調査問題⑥を第6時実施前に調査問題⑦を実施した。

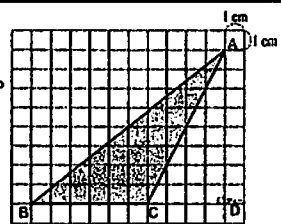
調査問題⑥

面積を求めましょう。



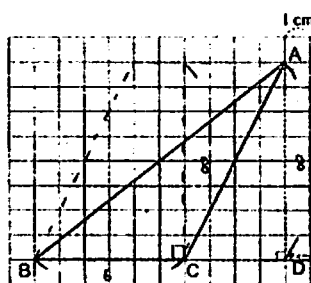
調査問題⑦

面積を求めましょう。



調査問題⑥を倍積変形により自力解決した児童は4人であった。調査問題⑦を同じように倍積変形により自力解決できた児童は18人（4.5倍）に増加した。このことから、似ている問題を同じように考えていこうとする児童が増えていったと考えられる。

ウ 演繹的な考え方をみる問題の調査結果



考 三角形をもう1つたしてそれを
÷2にする。

平行四辺形の底辺×高さから。

$$(式) 6 \times 8 \div 2 = 48 \div 2 = 24$$

(答え) 24 cm^2

「四角形と三角形の面積」の学習で、左の□のように既習のどの図形に帰着して考えたのかを述べられた人数を調査

した。

第1時の平行四辺形の面積では1人（3.7%）だけであったが、第6時の高さが外にある三角形で15人（55.5%）、第7時の台形では24人（88.8%）の児童が、既習のどの図形に帰着したかまで述べる事ができた。このことから、既にわかっていることを使って考えようとする児童が増えていったと考えられる。

数学的な考え方は問題解決の過程で鍛えられていくものであるため、上記の結果から必ずしも身に付いたとはいえないが、数学的な考え方を使っていこうとする態度が養われてきているといえる。

5 研究のまとめ（成果と課題）

（1）成果

第5学年の一部の単元における実践ではあるが、解決に用いた数学的な考え方を振り返る場面で、数学的な考え方を児童がわかる言葉でまとめ、ストラテジーとして示し、同じ数学的な考え方をを使って解決した学習経験について振り返ることで、数学的な考え方を使っていこうとする態度が養われるといえる。また、数学的な考え方の系統表は、その指導に活用できると考える。

（2）課題

数学的な考え方の指導は、数学的な考え方の系統表でも示したように1年生から発達段階に応じてなされるべきと考えるが、ストラテジーの指導はいつやるのが適切かは研究が必要である。

資料編

算数の問題の解き方

- ①習ったことを使う。
- ②図を活用する。
- ③よい記号を選ぶ。
- ④規則性（パターン）を調べる。
- ⑤似ている問題と同じように考える。
- ⑥簡単な場合に置きかえて考える。
- ⑦わかるものから順に考える。

児童がかきたしたもの

資料 3

算数の問題の解き方

①習ったことを使う。

三角形を使って四角形を求める。

②図を活用する。

傍の図 ・ せんぷく図

③よい記号を選ぶ。

④規則性（パターン）を調べる。

表を書く

⑤似ている問題と同じように考える。

四角形と五角形 平行四辺と三角形

⑥簡単な場合に置きかえて考える。

⑦わかるものから順に考える。

児童がかきたしていく内容の例

資料 4

算数の問題の解き方

①習ったことを使う。

小数の計算を整数の計算でできるように考える。

分数の計算を整数の計算でできるように考える。

わり算のきまりを使う。

三角形を使って四角形を。

②図を活用する。

図にかきこむ。

数直線

線分図

関係図

③よい記号を選ぶ。

□を使う式

x、yを使う。

④規則性（パターン）を調べる。

表を使う。

表を横にみる。

表を縦にみる。

⑤似ている問題と同じように考える。

小数の計算を整数の計算と同じように考える。

分数の計算を整数の計算と同じように考える。

⑥簡単な場合に置きかえて考える。

簡単な整数で考える。

小数だと難しいときは整数で考える。

分数だと難しいときは整数で考える。

⑦わかるものから順に考える。

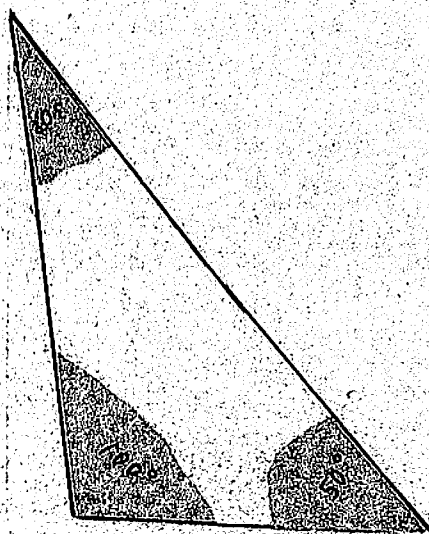
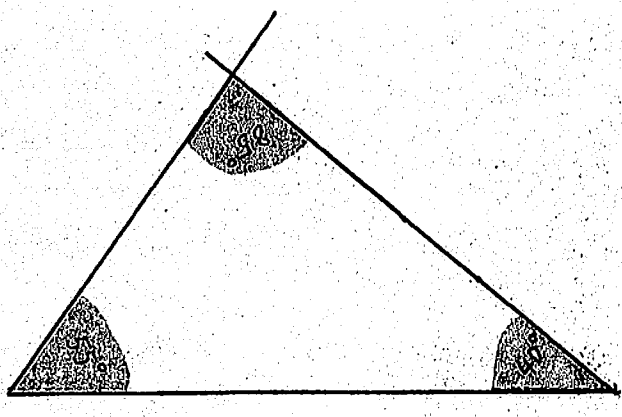
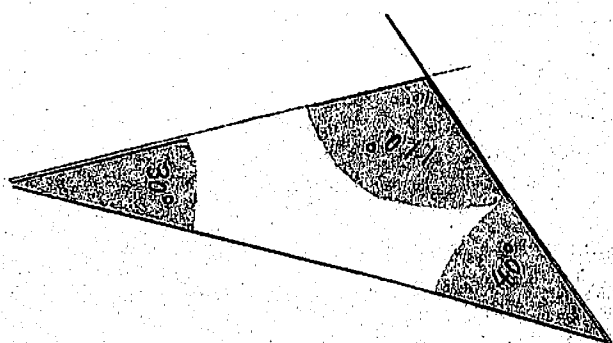
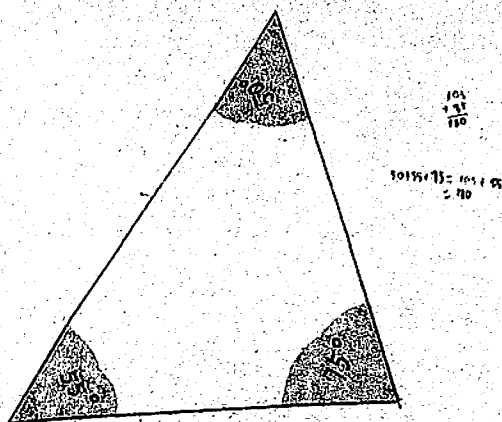
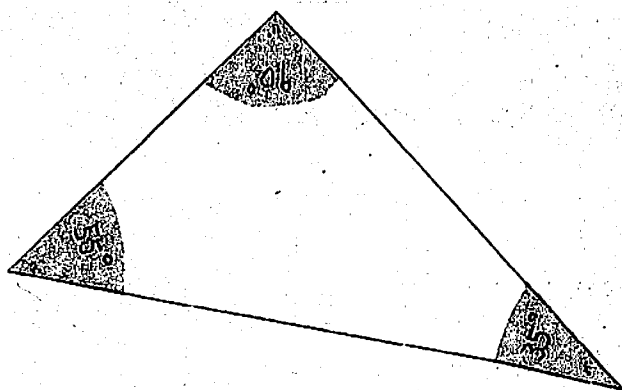
数学的な考え方のとらえ方

本研究では以下のように一つ一つの考え方をとらえることにする。

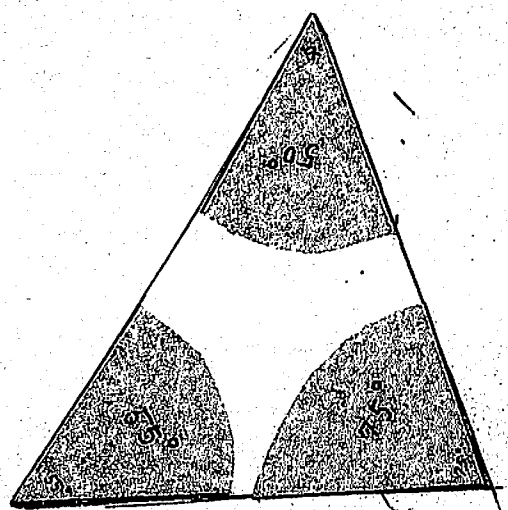
資料 5

考え方	定 義	
抽象化の考え方	定義	多くのものごとに共通する性質に着目して概念をつくること。
	備考	※杉山（1989）の定義から
具体化、特殊化	定義	〈具体化の考え方〉 抽象的に示されている数学的な表現や数学的な事実を具体にもどして考えたり、図に表したりすること。また、一般的なことを示す問題や命題について、それがあてはまる1事例を考えること。 〈特殊化の考え方〉 具体化の考え方をするにあたって、特に極端な場合を考えることを特殊化の考え方とする。
	備考	※杉山（1989）の定義から ※図に表して考えることについては、図形化の考え方と重複するため、図形化の方で扱っていくことにする。
理想化の考え方	定義	いろいろな条件が一定であるような理想的な状態を考える。または、条件や性質が数学的な定義や原理・法則の条件を満たしているような理想的な状態を考えること。
	備考	※片桐（2004）の定義から
単純化の考え方	定義	①いくつかの条件を一時無視して考えてみようとする。 ②条件のいくつかを簡単なものに置き直して考えようとする考え方。
	備考	※片桐（2004）の定義から
数量化の考え方	定義	〈数量化の考え方〉 質的なことがらなどを、量的な性質としてとらえようとする。そして、場面やねらいに応じて、適切な量を選択するといった考え方が量化的考え方である。 また、量の大きさを、数を用いて表そうとする考え方が数化的考え方である。 このような考え方を、まとめて数量化の考え方という。
	備考	※片桐（2004）の定義から
図形化の考え方	定義	〈図形化の考え方〉 数学的な事柄や関係を、図形やその関係に置き換えようとする。 場面や、事柄、関係などを図に表してとらえようとする。
	備考	※片桐（2004）の定義から
記号化の考え方	定義	記号に表していこうとする考え方と記号化されたものをよんでいこうとする考え方とがある。そしてさらに数学的用語を用いて簡潔、明確に表したり、これをよんでいこうとする考え方も含めていくものとする。
	備考	※片桐（2004）の定義から
帰納的な考え方	定義	いくつかの特殊な事例から、それらに共通する法則を導き出すこと。
	備考	※杉山（1989）の定義から
類推的考え方	定義	よくは知らない事象Aについて、事象Aと似ていることが認められて、しかもよく知っている事象Bとがあるとき、これらを対比させ、BをもとにAについて推論すること。
	備考	※杉山（1989）の定義から
演繹的な考え方	定義	いつでもいえるということを主張するために、すでにわかっていることを基にして、その正しいことを説明しようとする考え方。
	備考	※片桐（2004）の定義から
形式化する考え	定義	考えている対象や手続きを一定の型にはめていくこと。
	備考	※杉山（1989）の定義から
一般化の考え方	定義	問題解決で、一般的な性質を見出し、この問題を含む集合全体についての（解法の）一般性を求めていこうという考え方。
	備考	※片桐（2004）の定義から
統合的な考え方 拡張的な考え方	定義	統合的な考え方 「統合」とは、一見すると異なって見えるいくつかの事柄を、より高い視点、より包括的な視点から見て同じことと見てまとめること。 拡張的な考え方 「拡張」とは、あることがらの成り立つ範囲を広げること、既習の理解事項を広い場面へ適用すること。
	備考	※杉山（1989）の定義から
発展的な考え方	定義	1つのことが得られても、さらによりよい方法を求めたり、これを基にして、より一般的な、より新しいものを発見していこうとする考え方。
	備考	※片桐（2004）の定義から

「図形の角」の第1時に児童がつくった三角形



$$65 + 90 + 25 = 65 + 115 = 180$$

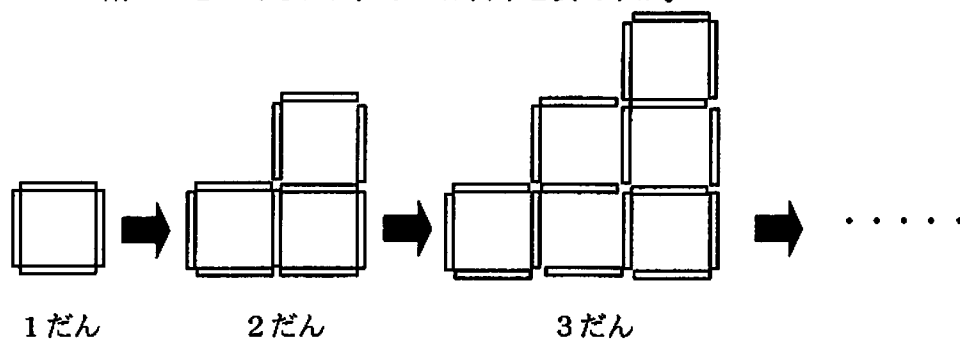


調査問題（※考え方と答えをかく欄は省略。）

実態調査①

同じ長さのひごを使って、下のような階段をつくっていきます。

5 だんの階段をつくるには、ひごは何本必要ですか。

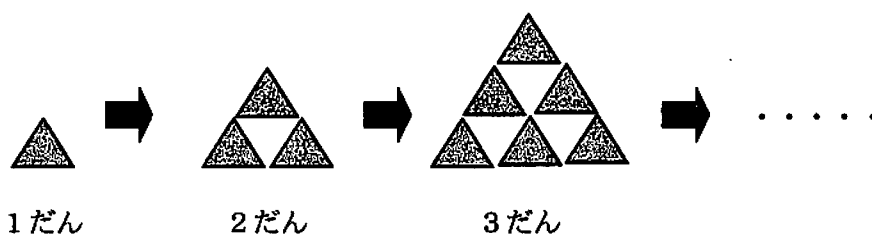


※わくわく算数 5 下（啓林館）

実態調査②

正三角形の色板を下の図のようにならべて、ピラミッドの形をつくります。

色板 28 まいでは、何だんになりますか。



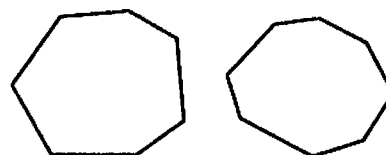
※わくわく算数 5 下（啓林館）

実態調査③

表にまとめましょう。

	三角形	四角形	五角形	六角形	七角形	八角形	
三角形の数	1						}
角の大きさの和	180°						

七角形や八角形の角の大きさの和を、それぞれ求めましょう。



※新しい算数 5 下（東京書籍）

引用・参考文献

資料 8

- ・中央教育審議会（2008 年 1 月）幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について（答申）
- ・中央教育審議会（2016 年 12 月）幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）
- ・文部省（1968）.小学校学習指導要領. 東京：大蔵省印刷局
- ・杉山吉茂（1989）.算数・数学的な考え方を育てる授業. 東京：教育開発情報センター
- ・大須賀康宏・石田淳一（1986）.楽しく学べる算数の問題解決ストラテジー. 東京：東洋館出版社
- ・R.チャールズ／F.レスター（1983）.算数の問題解決の指導. 東京：金子書房
- ・古藤怜（1985）.問題解決ストラテジーの指導. 東京：明治図書
- ・G.ポリア（1954）.いかにして問題をとくか. 東京：丸善
- ・片桐重男（1990）.小学校算数科 数学的な考え方・態度の指導事例集 5 年. 東京：明治図書
- ・片桐重男（1988）.数学的な考え方・態度とその指導 1 数学的な考え方の具体化. 東京：明治図書
- ・片桐重男（2004）.数学的な考え方の具体化と指導. 東京：明治図書
- ・林昭広（1987）.児童ひとりひとりの思考力を育てる算数学習.

〔東京書籍用〕 資料1

[illegible]

