

確かな学力の向上を図るための指導の在り方
～問題解決のための数学的表現能力を育てる指導を通して～

1. 主題設定の理由

本校の算数科研究は、児童の実態から、児童自ら主体的に問題解決を行い、筋道を通して思考する過程の指導が大切であるとし、思考力・判断力・表現力を1つの力としてとらえた「数学的表現能力」を高めていくことをめざしている。そこで、基礎的・基本的な知識・技能を基盤として、それらを用いて問題解決を行える児童の育成をめざしている。これは、今日的な教育課題とも合致するものであり、本校の学校教育目標「主体的に生きる児童」とも直結するものであり、本主題を設定した。

2. 研究目標

児童の確かな学力を育てるために、各単元や領域において指導する数学的な表現様式を明確にするとともに、数学的表現能力を育てる指導方法を明らかにしていく。

3. 研究仮説

- (1) 各学年の単元や領域の中で、どのような数学的な表現様式を活用させていくことが効果的なのか指導の重点を意識して授業を行うことで、児童の数学的表現能力を高めることができるであろう。
- (2) 問題解決のための数学的表現能力を育てる指導の仕方を工夫すれば、児童が主体的に問題解決にとりくみ、数学的表現能力を高めることができるであろう。

4. 研究内容

- (1) 指導の重点の明確化
- (2) 指導方法の工夫
- (3) 授業実践

5. 結論

- 各学年の単元や領域の中で、どのような数学的な表現様式を活用させていくことが効果的なのか指導の重点を意識して授業を行うことで、単元の終末部では、自力で問題解決を行い、その単元で重点的に指導した数学的な表現様式を用いた問題解決を行えるようになる。
- 教具の開発、ノート指導の工夫、学習素材の開発から、児童が主体的に問題解決にとりくみ、数学的表現能力を高める一助となった。

1. 研究主題

確かな学力の向上を図るための指導の在り方

～問題解決のための数学的表現能力を育てる指導を通して～

2. 主題設定の理由

(1) 今日的な課題から

新学習指導要領において、育成すべき児童生徒の資質・能力として「知識及び技能の習得」、「思考力・判断力・表現力の育成」、「学びに向かう人間性等の涵養」が明示された。これは、今日の国際化・情報化の急激な発展、価値観の多様化に伴う変化の激しい社会において、その変化に対応し、よりよく問題を解決するための基本的な資質や能力を養うことが必須であるため、その育成が求められることは当然である。さらにPISA 調査等から、我が国の児童生徒について、思考力・判断力・表現力を問う読解力や記述式問題、知識・技能を活用する問題に課題があると示されたこともその背景にある。

今後、本県の算数科においては、思考力・判断力・表現力を高めるために、千葉県の「思考し、表現する力を高める」実践モデルプログラムをもとにした、問題解決型の学習をより効果的に実践していく必要がある。

よりよく問題解決を行うためには、既習事項を生かして問題を数理的に捉えて考察する力、基礎的・基本的な数量や図形の性質などを見だし統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表したり目的に応じて柔軟に表したりする力が必要となってくる。

そこで、千葉県の「思考し、表現する力」を高める実践モデルプログラムを活用するとともに、問題解決能力を高めるために効果的な指導方法の工夫について明らかにしたいと考えた。

(2) 子どもの実態および学校教育目標の視点から

ふるさとを愛し、豊かな心で主体的に生きる児童
～ 輝く瞳 温かい心 光る汗 ～

地域の大きな変化の中、ふるさと豊岡に誇りをもって21世紀を生き抜く児童を育てたい。

(地域の願い)

豊岡地区唯一の学校

児 童 の 実 態

〇明るく素直でのびのびとしている。
〇学習にも前向きで、興味をもったことや指示されたことには、熱心にとりくむ。
〇体験的な学習・調べ学習に積極的である。
〇一つの目標に向かって皆で頑張れる。

△問題意識をもって学習することが苦手。
△受動的な学習になりやすい。
△自分の言葉で表現することが苦手。
△既習事項を活用したり、応用したりすることが苦手。

＜めざす児童像＞

①ふるさとを愛する子

自分の生まれ育ったふるさとに誇りをもち、自信をもって進む子

②豊かな心をもつ子

他への思いやりをもち、素直に感動し、思いを表現することのできる人間性豊かな子

③主体的に生きる子

自ら課題をもち、よく考え、自分を高めることができる子

本校の算数科の研究は、児童の既習事項を活用できないという課題に着目し進められている。授業において、前時までに学習した既習事項を授業の導入で想起させても、その既習事項をどのように活用したらよいか、問題解決の見通しをどのように立てたらよいのか分からず、自分の考えをもてずにいる児童が多く見られた。また、算数の授業を進めていくと、小規模校であるがゆえに、活発な意見交流や多様な考えを引き出すことが難しい場面に教員が直面する一方で、少人数の指導のため基礎・基本の徹底を図ることができるという面があった。こうした授業は児童主体ではなく、教員主導型の授業となってしまうことが少なくなかった。学習を積み重ねていく上で、主体的に問題解決を行い、筋道を通して思考する過程の指導が大切であることや、思考力・判断力・表現力を1つの力としてとらえた「数学的表現能力」を高めていくことが求められることが明らかとなった。そこで、基礎的・基本的な知識・技能を基盤として、それらを活用する思考力・判断力・表現力の育成をめざすことを目標とした研究を進めることとなった。これは、今日的な教育課題とも合致するものであり、本校の学校教育目標「主体的に生きる児童」とも直結するものである。以上のような理由から本主題を設定した。

3. 研究目標

児童の確かな学力を育てるために、各単元や領域において指導する数学的な表現様式を明確にするとともに、数学的表現能力を育てる指導方法を明らかにしていく。

4. 研究主題および研究仮説について

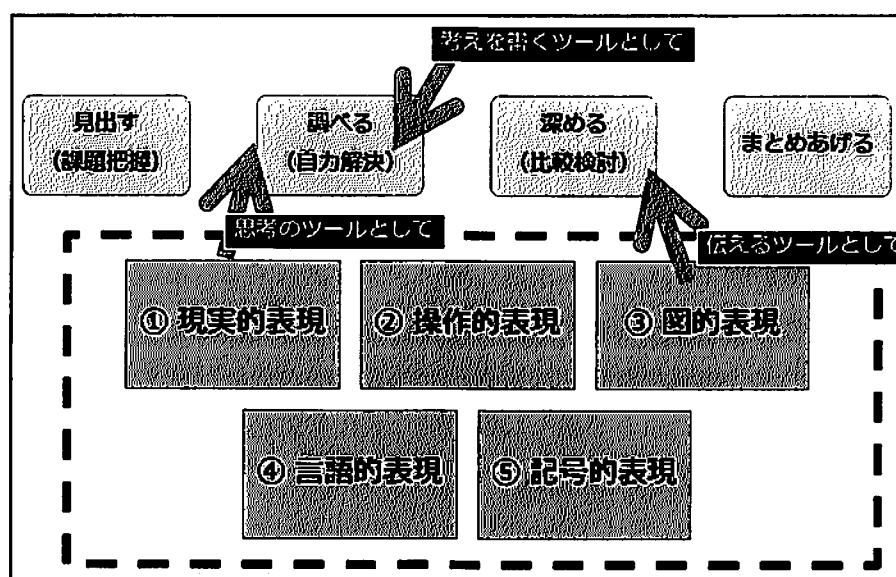
(1) 研究主題について

本研究では、確かな学力の育成をめざし、特に問題解決の過程において数学的表現能力の育成をめざしている。それは、「一人ひとりが自分の考えをもつことができる」と言い換えることもできる。問題解決における「自分の考え」とは、言語を媒介とする自己内の対話によって成立される思考の段階からはじまり、自己や他者に向けて表現したり他者の表現内容を受け入れたりする活動を通して整理され、洗練され、深められる。したがって、「自分の考え」とは表現する能力を抜きにして考えられない。本研究における「一人ひとりが自分の考えをもつ」とは、問題解決の過程において念頭で思考することに留まらず、思考した事柄がノートに表現されたり、他者に向けて表現したりできるよう、ノートや言語に表出されることを意味している。望ましい表現の在り方については中原忠夫の研究(1992)をもとに考えていきたい。中原忠夫は数学的な表現様式を次の5つの表現の分類によって捉えている。

数学的な表現様式

- 1) 現実的表現・・・実物を用いて、現実に応じた操作や実験をする表現
- 2) 操作的表現・・・おはじきやブロック等の半具体物をモデルとして操作する表現
- 3) 図的表現・・・絵、図、グラフ等による表現
- 4) 言語的表現・・・日常言語による表現
- 5) 記号的表現・・・数字や文字、演算記号、関係記号などによる表現

本研究での「数学的表現能力」とは、問題解決の過程で上記の数学的な表現様式の5つの方法中で、どの表現様式を用いることが適切かを判断し、その様式を用いて思考し、自分の考えを具体化していく力とする。



この数学的表現能力は、千葉県の『「思考し、表現する力」を高める実践モデル』の学習の過程に当てはめていくと、上図のように授業の過程において「思考のツール」、「考えを書くツール」、「伝えるツール」として機能する。つまり、数学的表現能力は、表現する能力だけに留まらず、思考力と判断力を内包した表現の力と捉えられる。

この数学的表現能力を指導していく上では、児童の発達段階に応じた多様な表現方法の系統的指導が必要になる。

低学年では、身の回りにある具体物にふれ、観察し、操作することにより、数量や図形についての概念が形成される。したがって、児童の用いる表現様式は具体的表現や操作的表現が多く用いられることになる。そして、学年が上がるにつれて、図的表現、言語的表現、記号的表現により抽象化され、しだいに数学的概念が育っていくと考える。

このことから、この過程をきめ細かく系統的に指導していくことが大切であると考えた。5つの表現様式を用いる経験を豊かにする教材や活動を工夫するとともに、それぞれの表現を他の表現に置き換える活動も行うなど、それぞれの表現様式を関連付けて身に付けられるようにする必要がある。

(2) 研究仮説について

研究主題にせまるために2つの仮説を設定する。本研究では、問題解決のための数学的表現能力を高めるために、各単元・領域でどのような表現様式に指導の重点を置くかを明らかにする〈仮説1〉、数学的表現能力の育成のための指導の工夫を柱とした〈仮説2〉を設定し、仮説検証型の研究を展開する。

〈仮説1〉

各学年の単元や領域の中で、どのような数学的な表現様式を活用させていくことが効果的なのか指導の重点を意識して授業を行うことで、児童の数学的表現能力を高めることができるであろう。

仮説1では、各単元や領域の中で数学的表現能力を高めていくためにどのような表現様式を活用させていくことが効果的なかを明らかにすることで研究の目標を追究していく。単元や領域によって身につけさせたい数学的表現能力は異なる。また、発達段階によっても指導すべき数学的表現能力は異なる。しかし、それぞれの単元や領域の指導において重点となる数学的な表現様式があるのではないかと仮定し、単元の指導を通してその数学的な表現様式を重点的に指導していく。その重点的に指導する数学的な表現様式を明確にすることで、指導者が意図的に指導を行うことができるのではないかと考えた。もちろん単元や領域が異なれば重点となる数学的な表現様式も異なるため、それぞれの単元や領域の指導において様々な数学的な表現様式を横断的に身につけられるのではないかとということを検証していく。

〈仮説2〉

問題解決のための数学的表現能力を育てる指導の仕方を工夫すれば、児童が主体的に問題解決にとりくみ、数学的表現能力を高めることができるであろう。

仮説2では、指導の工夫に重点を置いた。発達段階に応じて、その育成すべき数学的表現能力は異なる。そのため、発問や課題提示、自力解決の際の指導の手立てなどを児童の実態や発達課題に応じてその重点を定め、研究を進めて行く。児童が主体的に問題解決を行える手立ての工夫について実践を通して明らかにしていく。

5. 研究の実際

(1) 指導の重点の明確化に関連して

①指導計画の工夫 資料1～3

指導計画上に、指導すべき数学的な表現様式を明確にしておくことで、その単元において指導すべき数学的な表現様式に重点をおいて指導することができる。

単元の途中においても、その指導計画を見直し、児童の実態や、学習状況に応じて変容していくものであると教員は捉えておく。

②簡潔・明瞭・的確な問題解決をめざす。(6年生の実践)

数学的表現能力の育成をめざしているが、あくまでも問題解決のための数学的表現能力であり、比較検討の場面では「数理的な処理のよさ」を視点に学習を深められるようにす

る。また、単元によっては、その単元特有の数学的な表現様式があるため、その検証も行っていく。

(2) 指導方法の工夫の重点

① 教具の工夫（2年生の実践）資料5・6

問題解決の学習では、児童が「いかに問題を解くか」という問題解決の方法を習得していくが、その方法を示した下敷きを活用することで、問題解決に躓きそうなときには、その下敷きを活用し、自ら問題解決を行うことができるようにする。

② ノート指導の工夫（4年生の実践）資料7

数学的表現能力の育成にあたっては、そのノート指導も大切となる。児童に書かせたい望ましいノート計画を教員が立てることにより、児童に育てたい数学的表現能力をより明確化することができる。

③ 学習素材の工夫（6年生の実践）

多様な解法のある学習素材の開発を図ることで、児童の意欲を喚起し、多様な問題解決の方法を導き出し、学習を深めることができる。

(3) 授業実践による仮説の検証

【第2学年 ひき算のひっ算（14時間扱い）】資料1

□仮説1…指導の重点の明確化

第1学年時に（十何）－（1位数）の計算を学習し、本単元でひき算の筆算と初めて出会う子どもたちにとって、繰り下がりのある筆算はとても難しい課題であると考えられる。そのため、本単元の問題解決においては、既習事項のさくらんぼ図やブロック操作などを用いて計算方法を導き出すことが予想される。これはブロック操作（操作的表現）が中心となるが、この操作的表現を繰り返すことで、量感を捉え、繰り下がりの理解につながっていく。また、ブロック操作や図など自力解決で用いた計算の仕方を友だちに説明することによって、数学的表現能力の素地を築いていけるようにした。

図1

□仮説2…指導の工夫（教具の工夫）

低学年においては、数学的な表現様式の既習が少ないだけでなく、数学的な考え方として初めて触れるものばかりである。学習素材に対してどのようにアプローチすれば良いのか分からない子どもは少なくない。そこで、図1のような下敷きを用意し、算数の学習時に使用させ、問題解決能力の素地を育んでいけるようにした。

学習の進め方	
見出す	どんなばめんかな？
	わかっていないことは？
	聞いていることは？
調べる	どこがかわった？
	何でしらべようかな？
	・ブロック、おはじき
深める	・絵や図
	・ことば、ま
	・ひょう、グラフ
まとめ あげる	同じところ
	にているところ
	正しい・かんたん
	いつでもつかえる
	はやい 方法

<考察>

この単元での大きな課題はくり下がりのある計算であり、この単元で学習する計算方法や考え方、計算の順序が以降の筆算学習の土台となる。

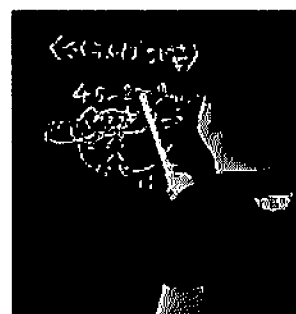
問題把握の段階では、日常生活にある場面を問題として取り上げ、児童にとって身近な問題に

したり、問題文を途中まで示し、続きの問題を想起させたりするなどして、児童の興味関心と計算の必要性をもたせられるようにした。問題文を読み終えると、「どんな場面なのか」、「わかっていることは何か」を下敷きを手がかりに問題を捉える姿が見られた。

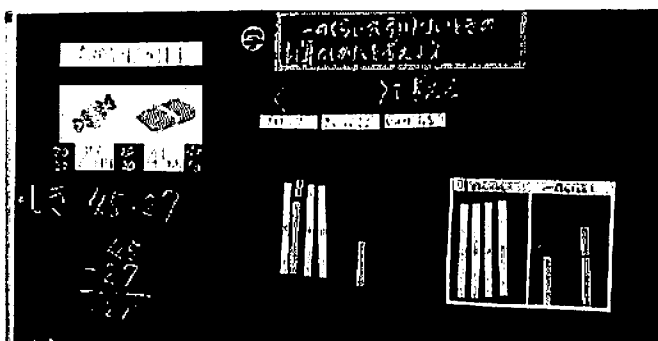
課題をつかむと、ブロック操作を始める子、筆算に取りかかる子などいたが、自力解決では、ブロック図やさくらんぼ計算の図、位取り表を書くなど、既習を生かして考えることができていた。発表の中では、「十の位から借りてきて、7を引きます。」というような説明の他に、たし算の学習の中に「たされる数、たす数」、「繰り上がり」があったことを生かして、「ひかれる数、ひく数」や「繰り下がり」という用語を使って説明することができた。表現力を高めていく上で、このような言葉を正しく使える力は必要である。

本単元のように、低学年では操作的表現が多くなる。こうしたときに、ノート指導の難しさはある。操作した内容をど

こまでノートに書かせていくのか、操作的表現を図的表現に高めていくためには、この部分の検証が必要である。



さくらんぼ計算の説明



学習の様子

【第4学年 分数（12時間扱い）】資料2

□仮説1…指導の重点の明確化

教科書などを見ると児童が帯分数や仮分数を量的に捉える際に液量図や面積図、テープ図などが用いられる。児童の指導においてこれらの図は効果的である。しかしそれだけでは分数の数値的な捉え方をすることができない。そこで、本単元で児童に活用させることが効果的な表現方法を「言語的表現から図的表現を行い、記号的表現へと変化させること」と仮定する。まず言葉の式を作り、それに合う液量図やテープ図を用いた式を書く。そしてその図を用いて記号の式を立てる。記号の式を処理する際に自分の書いた図的表現を手がかりに行っていくことで、分数を量的にも数値的にも捉えることができると考える。言葉の式→図の式→数式というように立式や自力解決の場面を段階的に行うことで、児童の思考を整理することもできる。また分数を液量図やテープ図にすることで分数の同値性が視覚的に捉えやすくなり、児童は必要に応じて分数をさまざまな形に変化させて計算することができると考えた。

□仮説2…指導の工夫（ノート指導の工夫）

第4学年の児童は、本時の学習課題を解くヒントは前時までの学習にあると考える傾向がある。そこで本単元の学習を指導するにあたり、予め全時間分のノート計画を立てて指導し、本時の自力解決の場面では、児童自らが書いたノートがヒントカードとなるようなノート作りに努める。児童が既習事項を生かして思考する場면을意図的に設定することで、思考の過程を明らかにすることを児童は意識するのではないだろうか。児童が要点を振り返りやすいように、各時間の中で

大事なポイントを継続的に書く。また児童のノートにインデックスを入れて、思考している場面ですぐに振り返ることができるようにするとともに、教室には児童のノートをもとにした振り返りシートを掲示する。

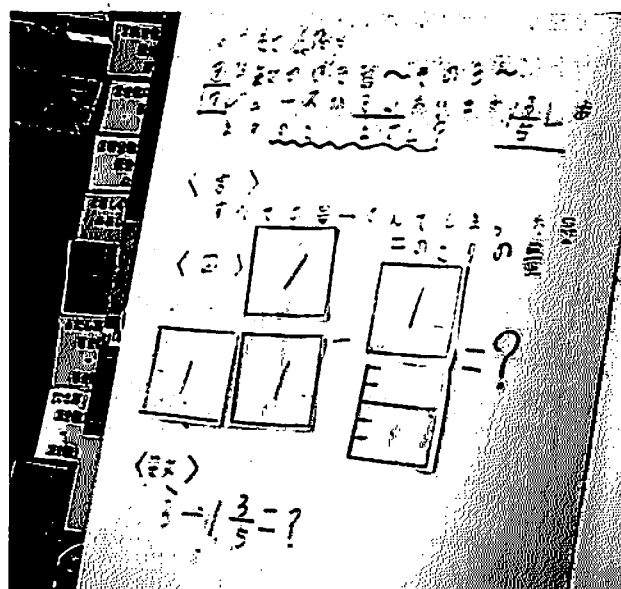
<考察>

「分数」の単元では、継続的に3種類の立式を行わせた。文章題にある言葉を使った式、液量図やテープ図などを用いた図の式、数字や記号で表した数の式の3種類である。「言語的表現」「図的表現」「記号的表現」の3つの表現様式を組み合わせることで、単体では理解しきれない部分を補ったり、問題把握を段階的に行ったりすることができた。数学的表現

能力を高めるには、組み合わせると効果的な表現様式を吟味し、複合的に活用させると単一の表現様式を学習させるより効果的な指導ができるのではないかと考えられる。特に「分数」の単元では、分数を数値的、量的に捉える必要があるので、図的表現と記号的表現の組み合わせは最適であったと考える。言語的表現については、ある程度の学習段階で統一して行うことはやめて、下位の児童に対する手立てとして用いるほうが良かったかもしれない。

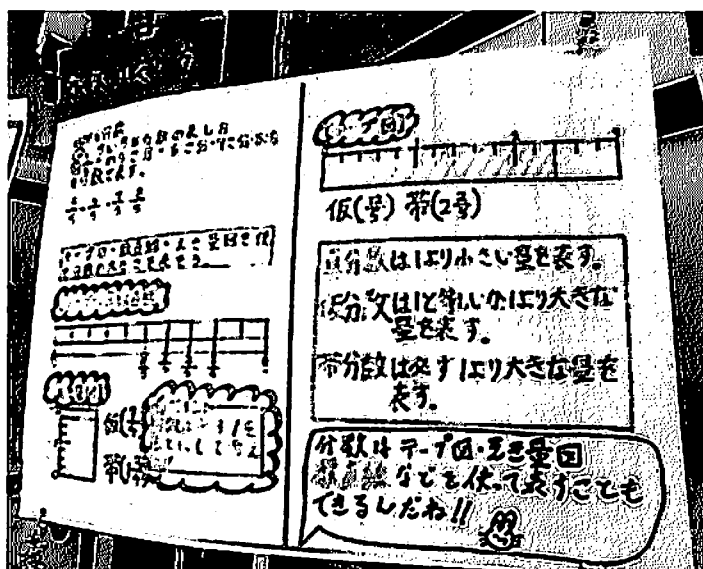
単元の終末で行った(帯分数) - (帯分数) や (整数) - (帯分数) では、児童はつまづくことなく、整数や帯分数を変換させていた。これは分数の同値性に気づき、同値性を活用する力が高まっていたからだと考えられる。このことから、分数に対する豊かな感覚を養うことができたのではないと思われる。またこのことは第5学年で学習する約分や通分の概念の獲得に役立つであろう。

実際に指導を行ってみて、思考の過程を明らかにするノートの在り方は2通りあると思う。1つめは1時間の中で思考の過程を明らかにするパターンである。自力解決をどのような思考の流れで行ったかを残すノート指導である。2つめは単元全体を通して学習の過程を記していくパターンである。今回の単元計画では後者のノート作りに重点を置いた。事前に単元全体で児童に書かせたいノートの完成図を書いておくことで、指導自体が計画的になった。また発問やまとめ、自力解決の際の助言などを意図的に行うことができた。1単元の学習内に系統性をもたせることができるので、児童は単元の後半になるにつれてノートをよく見返すようになっていた。その際にインデックスは大いに役立っていた。そ



<言葉の式><図の式><数の式>の

3つの立式を児童が行った様子



児童のノート(拡大掲示)

指導自体が計画的になった。また発問やまとめ、自力解決の際の助言などを意図的に行うことができた。1単元の学習内に系統性をもたせることができるので、児童は単元の後半になるにつれてノートをよく見返すようになっていた。その際にインデックスは大いに役立っていた。そ

児童がノートを活用した掲示物は、学習の過程を振り返ることよりも、児童がノートをきれいに保つことに力を入れている。書くことや、賞賛することで意欲を高める意味の方が大きかった。ノートに書かせたいこと、ノート作りを通して身につけさせたいことはたくさんある。しかし、それは指導者が児童に身につけさせる力を明確に捉え、内容を精選する必要がある。45分の授業の中で、速く、丁寧に、ノートを書かせる量には限界がある。この単位ではどのようなノートの作らせ方をするということを意識しないとノートを作るための授業になってしまう。

【第6学年 曲線のある図形の面積（10時間扱い）】資料3

□仮説1…簡潔・明瞭・的確な問題解決をめざす。



問題

姫路市は101.8㎢です。

銚子市と姫路市ではどちらの面積が大きいですか

本単位ではまとめの学習として、上の問題を解決させていく。銚子市の面積の概形をとらえ、面積を求めさせる。既習事項が多様に折り重なって構成されている単位であり、これを簡潔・明瞭・的確な視点に立ち、数理的処理に優れた問題解決の方法を導き出していく必要がある。「手間がかからず、答えが的確である」ことを念頭に学習を深めていく。

□仮説2…指導の工夫（素材・問題提示の工夫）

本単元のまとめとして、既習事項を活用する問題として、地図上の銚子市の面積の求積を行う。児童にとっては、身近な素材ではあるが、既習事項の定着が図られていなければ取り掛かりにくい素材である。銚子市の形を方眼上に書いて求積を行う方法や、銚子市の形を他の図形と見立てて考える方法など、多様な考え方で求積を行うことができる。今回のように概形として図形の面積を求める学習では、その図形を分割・変形したり、計算したりと思考の段階がより複雑化しているため、思考する段階で、視点を明確化し、整理していかなければならない。

図形を捉える視点が確立している児童は1つの考え方だけでなく、2つ3つと考え方を導き出すことができるかもしれないが、図形をどうとらえたらよいか分からない児童については、解決の糸口がつかめないことが予想される。

そのため、本時では、全体で素材を読み解く時間を設け、銚子市の図形をどのように見るか、全体で簡単に話し合うことで、解決の糸口や見通しをもたせて、自力解決の思考段階に移行していきたいと考える。これまで学習した知識を活用することで、「自分の力で解くことができそうだ」という気持ちや「自分の力で解くことができた」という自信につなげていきたいと考える。

<考察>

円の求積公式を導き出すために、単元のはじめに円の求積方法を考えた。まず、半径が10cmの円の面積がいくつくらいになるのかという「見当づけ」から始めた。一辺が20cmの正方形（400㎢）よりは小さく、対角線が20cmの正方形（200㎢）よりは大きいという学習である。児童はここで「だいたい300㎢くらい」という予想を立て

ることができた。

次に行ったのが、1 cm 方眼を活用した求積である。円の円周付近は1 cm²の単位面積を用いて求積することができない。ここを「0.5 cm²」と見立てて概算する方法を指導した。そこで求められたのが、解である314 cm²に近い「310 cm²」を導き出すことができた。この、曲線部分の1 cm²に満たない部分を「0.5 cm²」に見立てて考える方法が曲線で囲まれた図形の求積では活用された。

そして最後に、より正確に円の面積を求める方法を考える視点として、平行四辺形の面積の学習を想起させ、等積変形する視点を与えた。平行四辺形の求積時の活動と同様に、既習の図形に変形することで求積できるのではないかという考えから、円の求積公式を導き出していった。そしてその公式を用いて314 cm²の求積を行うことができた。

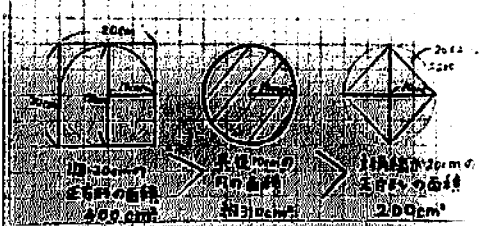
この一連の円の面積の公式を導き出す過程では、これまで学習してきた、直線で囲まれた図形の面積を求める方法を想起させ、曲線で囲まれた図形の求積を行う素地を育てていくという視点が非常に重要であることを感じた。

そして、単元の終末に「銚子市の面積を求める」という学習課題を与えた。銚子市の面積を正確に求める必要はなく、概算で求めていく学習活動をねらいとしたので、近隣の匝瑳市(101.52 km²)を示し、銚子市(84.19 km²)とどちらが大きいのか、大きさ比べを行うことによって、おおよその面積を求める視点を与えた。すると児童はすぐに「方眼が必要」、「曲線部は0.5 km²として考える」、「他の図形に見立てる」と見通しをもつことができた。

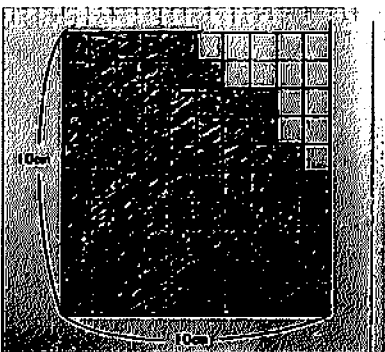
すると、扇形に見立てたり、台形に見立てたりという既習の図形に見立てる方法と、方眼を活用して曲線部分を0.5 km²として概算する方法の2つに分かれた。図形に見立てる方法を選んだ児童は、三角形や台形、扇形など様々な図形に見立てていたもので、考え方としては多様なものが出された。深める場面では、正確に面積を導き出すには単位面積をつかった考え方が有効であるが時間がかかる。しかし、図形へ見立てて求積すると面積をより速く求めることができるという話が出て、今回の問題の場合は正確な面積ではなく、大きさを比べるという部分に立ち返ると、「図形へ見立てる」方法が最も有効であるという結論に至った。

円の面積(半径10cmのとき)はどのくらい大きいのか、おおよその面積を求めてみよう。

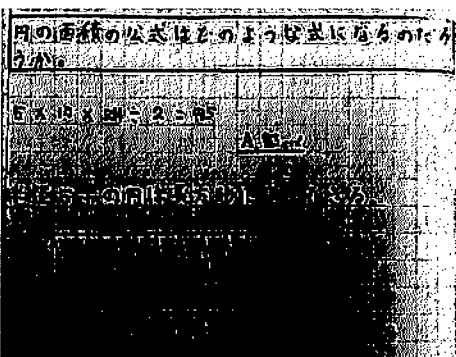
既習の図形を重ねて考える



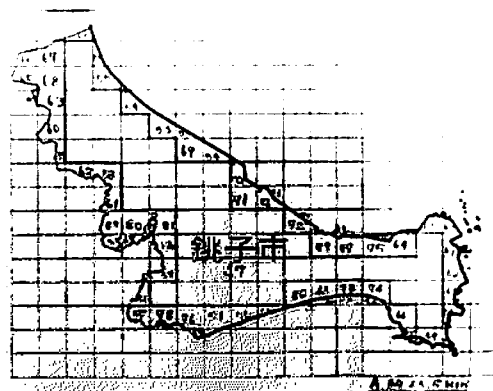
見当づけの学習より(児童のノート)



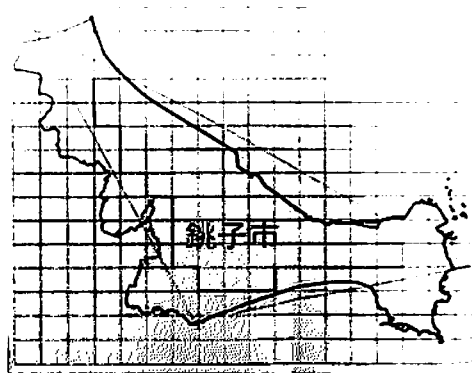
方眼を用いた求積



円の求積公式を導き出す学習



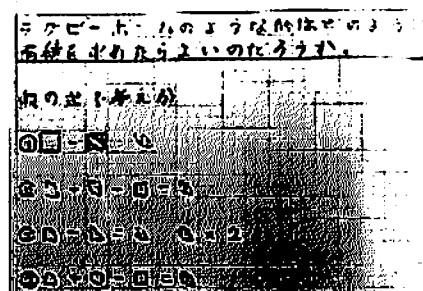
埼玉市の面積(方眼を利用した方法)



埼玉市の面積(他の図形への見立て)

本単元の学習では、図形の求積方法を段階的に指導していく。その上で指導の重点としたのは、求めたい図形をどのように捉え、どのような方法で求積させるかという点である。図形を方眼上に表示して求積を行ったり、切り分けたり、多様な図形の組み合わせと考える方法を段階的に指導した。その過程が明らかになるように、図形をどのように捉えるのか、どのような方法で求積を行うのかを明確にノート上に残していくことをねらいとして指導した。そのような指導を通して、目には見えない児童の念頭操作が明らかとなり、助言する機会となったり、児童が思考を整理したりしていくのに非常に効果的であった。

図形の面積を求めるには、
図形の形を方眼にのせて、
方眼の単位で面積を測る。



図の式を使った求積を行った学習

6. 研究のまとめ(成果と課題)

- 各学年の単元や領域の中で、どのような数学的な表現様式を活用させていくことが効果的なのか指導の重点を意識して授業を行うことで、単元の終末部では、自力で問題解決を行い、その単元で重点的に指導した数学的な表現様式を用いた問題解決を行えるようになる。
- 教具の開発、ノート指導の工夫、学習素材の開発から、児童が主体的に問題解決にとりくみ、数学的表現能力を高める一助となった。
- 自力解決で自分の考えをもたせることを意識してとりくんできたため、児童どうしの関わり合いや深める場面での学習の深まりを追究していく必要がある。
- それぞれの単元の指導が単発にならず、系統性を意識して指導を継続していく必要があるため、前後の単元や、前学年や次学年などの学習を見据えた指導をしていく必要がある。

<参考文献> 日本数学教育学会出版部(2009)「数学教育用語辞典[第4版]」教育出版
G. ポリア 柿内賢信 訳(1954)「いかにして問題を解くか」丸善出版

資料編

資料1 2年生の実践「ひき算のひっ算」(男子3人 女子1人 計4人)

指導計画および指導の記録

	時	目標	学習内容	評価規準	観察
一 次	1	○減法の場合面であることに気づき、ブロック操作から計算の仕方を理解する。	・場面を読み取り立式し、ブロック操作と対応させながら筆算の書き方やしかたを練習する。	◇減法の場合面であることに気づき、ブロック操作から計算の仕方を考え計算のしかたを理解している。 (理; ノート・発表)	式 ブ ロ ッ ク 操 作 図
	2	○繰り下がりのある計算のしかたを考えようとしている。 ○繰り下げて計算する方法を順序よく考えることができる。	・一の位が引けないことに気づかせ、繰り下がりのある減法の計算のしかたを考える。 ・減法の計算方法を考え順序よく表す。	◇図やブロック操作などを用いて、自分なりの方法で計算のしかたを考えようとしている。 (関; ノート・観察) ◇数のしくみに着目してブロック操作と対応させながら、繰り下げて計算する方法を考えている。 (思; 操作・発表)	式 ブ ロ ッ ク 操 作 図
児童の様子 既習を活用し、ブロック操作とブロック図、さくらんぼ計算を中心に自力解決を行う児童(4人全員)。位取りを意識させることで十のまとまりを意識して計算を行うことができた。 感想 ……一の位から引けないときには十の位から引くと良い。					
二 次	3	○繰り下がりのある筆算のしかたや書き方を理解することができる。	・前時のブロック操作と計算の手順を対比させながら筆算の書き方やしかたを押さえる。	◇筆算は数のしくみをもとにしていることに着目して、繰り下がりのある筆算の仕方を理解している。 (理; ノート・発表)	筆算
	4	○(2位数) - (1位数)で空位の処理のしかたを考えることができる。	・繰り下がりのある筆算形式を練習し、空位の処理のしかたを考える。	◇(2位数) - (1位数)で繰り下がりがある筆算や空位、欠位の筆算ができる。 (技; ノート・発表)	ブ ロ ッ ク 操 作 図 筆算
	5	○(2位数) - (1位数)で繰り下がりのある筆算の仕方を考える既習事項の理解を深める。	・筆算の手順、繰り下がり のしかた、補助の数字など既習の学習を確認し問題練習をする。	◇(2位数) - (1位数)で繰り下がりのある筆算ができる。 (技; ノート・発表)	筆算
	6	○百の位から十の位へ繰り下がる計算の仕方を考えることができる。	・(百何十) - (2位数)で、百の位から繰り下がる筆算のしかたを考え	◇十の位から繰り下げるときと同じように考えればよいことに気づ	図 ブ ロ

			る。	き、図や式を用いて表現し、考えている。 (思；ノート、発表)	ック 操作 筆算
児童の様子…ブロック操作は行わず、筆算で数量関係を捉えることができた 感想…一の位から引けないときには十の位から引いたみたいで、百の位までになっても同じように引けばいい。					
	7	・(百何十)－(2位数) で、十の位と百の位からの2回繰り下がりのある筆算のしかたを考えることができる。	・ブロック操作をして、2回繰り下がることに着目して、筆算のしかたを考える。	◇まず十の位から繰り下げ、さらに百の位からも繰り下げて計算する方法を順序よく考えている。 (思；ノート、発表)	図 ブロック 操作 筆算
	8	○被減数の十の位が空位の時の筆算のしかたを考えることができる。	・(何百)－(1・2位数)の筆算の仕方を考える。	◇被減数の十の位が空位の場合は、百の位から繰り下がり、それを使って一の位の計算を方法を考えている。 (思；観察・発表)	図 ブロック 操作 筆算
	9	○(何百)－(何百)，(何千)－(何百)の筆算のしかたを理解できる。	・(何百)－(何百)，(何千)－(何百)の筆算のしかたを考える。	◇百を単位として計算できることを理解している。 (理；ノート・発表)	図 筆算
	10	○(3位数)－(1・2位数)の計算を筆算に表し考えることができる。	・(3位数)－(1・2位数)の筆算の書き表し方を考え、繰り下がりについて注意して計算する。	◇(3位数)－(1・2位数)を正しく筆算に書き表して計算ができる。 (技；ノート)	筆算
	11	○減法の計算結果を加法を用いて確かめることを理解する。	・減法では、答えに減数をたすと被減数になることに気づき、減法の確かめの仕方を理解する。	◇減法は加法の逆算であること、計算の足し加減に利用できることを理解している。 (理；ノート・発表)	図 式
ま と め	12	○虫食い算の意味を理解する。	・筆算の仕組みを生かして解決の方法を考え、虫食い算のしかたを説明する。	◇虫食い算を通して計算の楽しさを味わっている。 (関；ノート・観察)	式 筆算 説明
	13 14	○既習事項の理解を深める。	・さまざまな筆算の問題にとりくむ。	◇既習事項を確認しながら、さまざまな問題を解決している。	筆算

自力解決の方法（数学的な表現様式別）

表現様式 \ 問題	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ブロック操作	2	3				1						
絵／図	1											
ブロック図		1	3			1						
さくらんぼ計算	1											
筆算			1	4	4	2	4	4	4	4	4	4

数の概念、計算の概念習得時にはブロック操作が有効であるが、概念形成後は筆算が簡潔なため、自力解決の手段として活用されていった。

数理的処理に優れているからといって、筆算から学習をするのではなく、操作的表現、図的表現を経ているからこそ、理解が深まっていくものと考えた。

資料2 4年生の実践「分数」（男子3人 女子4人 計7人）

指導計画および指導の記録

	時	目標	学習内容	評価規準	表現様式
一次	1	○1より大きな数を、分数を用いて表す方法を考える。	・小数では表すことができない $1\frac{1}{3}$ Lを分数で表す方法を考える。	◇単位分数の考えをもとに、1Lと端の量を分数で表す方法を考えている。 (考；ノート・発表)	絵 液量図
	2	○真分数・仮分数・帯分数の用語を知り、それぞれの表し方を理解する。	・液量図やテープ図などを用いて、仮分数・帯分数の量感を捉え、かさや長さを仮分数・帯分数で表す。	◇帯分数・仮分数の意味や表し方を理解している。 (知；ノート・発表)	テープ図 液量図 面積図
	3	○いろいろな量や長さを仮分数・帯分数で表し、それぞれの関係を理解する。	・ $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ であるということを図や絵を用いて考える。	◇真分数・仮分数・帯分数の関係について理解している。 (知；ノート・発表)	テープ図 液量図 面積図

	4	○単位分数の考えをもとに、仮分数を帯分数や整数に表すことができる。	・ $\frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$ や $\frac{15}{5} = 3$ というように、仮分数を帯分数や整数で表す。	◇仮分数を、帯分数や整数の形で表すことができる。 (技；ノート・発表)	テープ図 液量図 面積図 式
二次	5	○分母が大きくなるにつれて分数の大きさが小さくなることを理解する。	・ 数直線上に分数を並べて分数の大小関係を比較する。	◇分数の大きさが分母と分子の大きさに関係していることを理解している。 (知；ノート・発表)	数直線
	6	○分母と分子が違っていても大きさの等しい分数を見つけることができる。	・ 並べた数直線を縦に見て、異分母異分子でも大きさの等しい分数を見つける。	◇異分母異分子でも大きさの等しい分数を見つけることができる。 (知；ノート・発表)	数直線
三次	7	○同分母分数の加法の計算をする。	・ (真分数) + (真分数) の計算をする	◇同分母分数の加法について、単位分数の考えをもとに、計算できる。 (技；ノート・発表)	液量図 式
	8	○同分母分数の加法で、繰り上がりがある計算をすることができる。	・ (帯分数) + (帯分数) の計算問題を解く。	◇同分母分数の和が仮分数になったとき、整数部分に繰り上げることができる。 (技；ノート・発表)	液量図 面積図
	9	○同分母分数の減法で、繰り下がりがない計算をすることができる。	・ (真分数) - (真分数) の計算方法を確認する。 ・ (帯分数) - (帯分数) の計算問題を解く。	◇整数部分の差と分数部分の差を合わせて答えとすることができる。 (技；ノート・発表)	液量図 面積図
	10 (本時)	○(整数) - (帯分数) の計算のしかたを考える。	・ $3 - 1\frac{3}{5}$ の計算のしかたを考える。	◇単位分数の考えをもとに、繰り下がりのある分数の計算のしかたを考えている。 (考；ノート・発表)	テープ図 液量図 面積図 式

既習事項の理解を深める。	既習事項の理解を深める。	既習事項の理解を深める。	既習事項の理解を深める。	既習事項の理解を深める。
四次	1 1	○既習事項の理解を深める。	・既習事項の理解を深める。	◇既習事項の理解を深めている。 (知；ノート・発表)
	1 2	○既習事項の理解を深める。	・既習事項の理解を深める。	◇既習事項の理解を深めている。 (知；ノート・発表)
				液量図 面積図 式
				テープ図 液量図 面積図 式

自力解決の方法（数学的な表現様式別）

課題別	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<未解決>	2		1	1			1			
絵	2	2	1	1						
液量図（式化）	3	4	6	6	7	7	7	7	7	7
言葉の式			5	6	6	7	6	7	6	7
テープ図		1								
数式			6	6	7	7	7	7	7	7
<言葉の式・図の式・数式は必ず書くように指導>										

単元を通して学習を行うと、児童にとって分数の量感を捉えるのには液量図が最も有効であることが分かった。分数の数の概念形成には液量図をより効果的に活用していく方法を模索していく必要がある。

資料3 6年生の実践「曲線で囲まれた図形の面積」（男子6人 女子5人 計11人）

指導計画および指導の記録

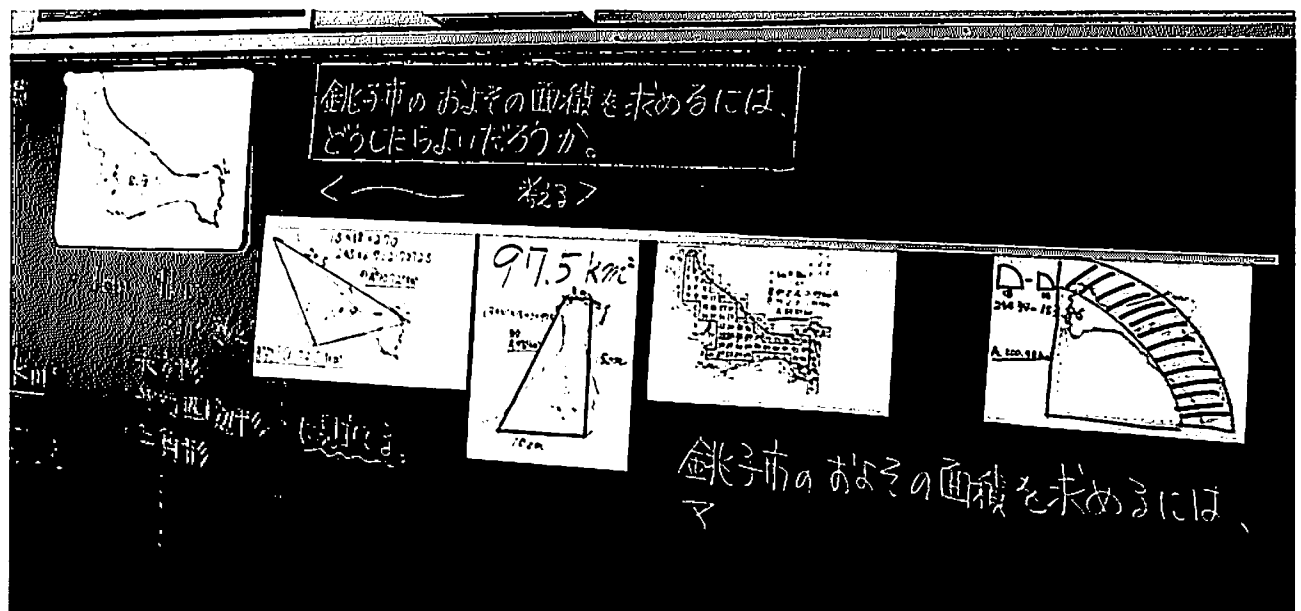
時	目標	学習活動	評価規準	表現様式
1	○円の中に1cmの正方形がいくつあるか数えたり、いくつかの図形に分割したりする活動の楽しさに気づくことができる。	・半径10cmの円を方眼紙にかき、その面積を調べる。	◇円の中に1cmの正方形がいくつあるか数えたり、いくつかの図形に分割したりする活動の楽しさに気づいている。 (関；観察)	方眼を数え、式に表す。
2	○円の面積の求め方を考えることができる。	・既習の図形に等積変形して、円の面積を求める。 ・長方形に並べ替えた場合について考え、求積公式を導く。	◇円の面積の求め方を考えている。 (考；ノート)	等積変形を図で表す。

一次	3	○円の面積の公式を導き出そうとする。	・長方形以外の形に求積変形して、円の求積公式を導く。 ・どの形をもとにしても、円の求積公式にたどり着くことを見つける。	◇円の面積の公式を導き出そうとしている。 (関；ノート・発表)	図で表した等積変形の方法を式で表す。
	4	○円の面積を公式を用いて面積を求めることができる。	・公式を用いて、円の面積を求める。 ・円の直径が2倍になったときに、円周の長さや面積は何倍になるかを調べる。	◇円の面積を公式を用いて面積を求めることができる。 (技；ノート・発表)	・言葉の式 ・式
	5	○おうぎ型の面積の求め方を考えることができる。 ○おうぎ型の面積を円の公式を使って求めることができる。	・おうぎ形について、中心角と面積の関係を調べ、おうぎ形の面積を求める。	◇おうぎ型の面積の求め方を考えている。 (考；ノート) ◇おうぎ型の面積を円の公式を使って求めることができる。 (技；ノート)	・図の式 ・言葉の式
	6	○円や様々な図形が組み合わさった図形について、図形を分割したり、計算したりして、面積を求めようとする。 ○円や様々な図形が組み合わさった形の面積の求め方を考えることができる。	・半円や正方形と四分円を組み合わせた図形などの周りの長さや面積を求める。	◇円や様々な図形が組み合わさった形の面積の求め方を考えている。 (考；ノート・発表)	・図の式 ・言葉の式
二次	7	○身の回りにある図形について、その概形をとらえて、およその面積を求めようとする。	・不定形のものの面積を、方眼の目の数を数えたり、およその形と見たりして求積する。	◇身の回りにある図形について、その概形をとらえて、およその面積を求めようとしている。 (関；ノート・発表)	・図の式 ・言葉の式 ・方眼上の積を求める。
	8	○身の回りにある図形について（銚子市）、その概形をとらえ、およその面積などを求めることができる。	・地図上の図形を方眼に写し、面積を求める。 ・概形を基本的な図形と見て、面積を求める。	◇身の回りにある図形について、その概形をとらえ、およその面積などを求めることができる。 (技；ノート)	・図の式 ・言葉の式 ・方眼上の面積を求める。

まとめ	9 10	○必要な部分の長さを用いて、様々な図形の求積公式を活用することで、面積を求めることができることを理解できる。	・円の面積や、概形の求積についての理解を深める。	◇必要な部分の長さを用いて、様々な図形の求積公式を活用することで、面積を求めることができることを理解している。 (知；ノート)
		○身の回りにある図形について、その概形をとらえることで、およその面積を求めることができることを理解できる。	・既習事項の確かめをする。 ・ひもを使った円の変形によって、求積公式を導く。	◇身の回りにある図形について、その概形をとらえることで、およその面積を求めることができることを理解している。 (知；ワークテスト、ノート)

銚子市の面積の求積方法（児童11人 全員が自力解決に至った）

- ・方眼の使用・・・11人
- ・単位面積の考え方・・・5人
- ・図形への見立て・・・6人（台形／扇形／三角形／平面図形の複合図形）



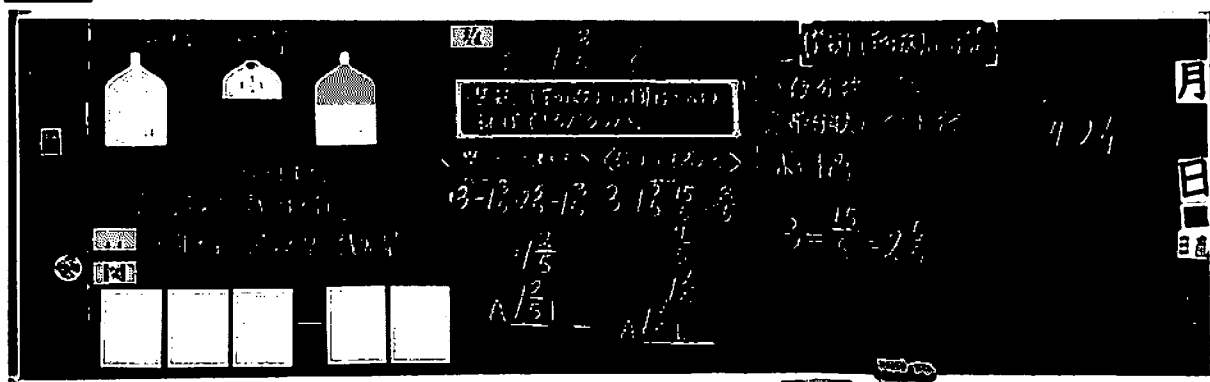
資料5 学習の進め方（低学年用）

✂ がく しゅう すす かた 学習の進め方	
見出す	どんなばめんかな？
	わかっていることは？
	聞いていることは？
	どこがかわった？
調べる	しゅ 調べる 何でしらべようかな
	・ブロック、おはじき
	・絵や図    
	・ことば、式
深める	・ひょう、グラフ
	同じところ
まとめあげる	にているところ
	正しい・かんたん
	いつでもつかえる 
はやい 方ほう	

資料6 学習の進め方（高学年用）

✂ 学習の進め方	
見出す	どんな場面かな？
	わかっていることは？
	問われていることは？
	前と変わっていることは？
調べる	しゅ 調べる 答えはいくつになりそう？
	解決の方法は？
	・図（線分図 関係図 数量図）
	・表やグラフ 
深める	・言葉や式 
	似ている考え・ちがいは？
まとめあげる	理由は？
	正しく簡単 
	いつでも使える
速い	

資料7 ノート計画



④ 分数の引き算 へきざん
 % ジュースが3Lあります。
 1/5 Lの飲みました。
 ⑤ 残りは何Lか。

引き算
 ⑥ 1つ60gのジュースを2つ減らす！
 ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱ ⑲ ⑳ ㉑ ㉒ ㉓ ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝ ㉞ ㉟ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿



⑧ 3 - 1/5 = ?
 ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱ ⑲ ⑳ ㉑ ㉒ ㉓ ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝ ㉞ ㉟ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿

(整数) - (帯分数) の引き算はどのように
 すればよいかを説明せよ。

⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱ ⑲ ⑳ ㉑ ㉒ ㉓ ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝ ㉞ ㉟ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿

⑧ - ⑨ の計算
 まえ

資料8 実践における児童のノート

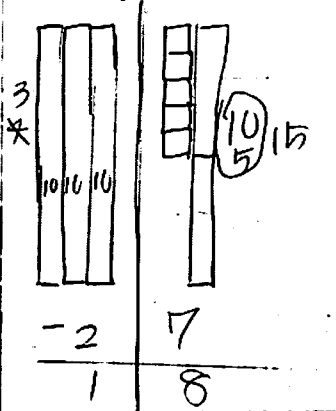
2年生

65
より減りかまじありました。
27まいづかいしました。
のこりは何まいになるでしょう。
うが

しき45-27

1のくらいがひくことがで
きない2けた-2けたのみ
き算は、どのように計算す
るのだろうか
くフロック図で考える。

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
1のくらい-のくらい



2 3 4 5 6 7 8 9 10 +
くひき算で考える。

$$\begin{array}{r} 345 \\ - 27 \\ \hline 318 \end{array}$$

こたえ18まい

1のくらいがひけないとき
の2けた-2けたのみき算
は10のくらいがくり下
りて計算する。
かんそう
ひき算で計算するとはやく
てかんたん。

4年生

6年生

おうぎ形の面積はどのよう
に求めたらよいのだろうか

半径5cmのおうぎ形

① $5 \times 5 \times 3.14 \div 2 = 39.25$
 $0 \div 2 = 0$ A 39.25 cm²

② $5 \times 5 \times 3.14 \div 4 = 19.625$
 $0 \div 4 = 0$ A 19.625 cm²

③ $5 \times 5 \times 3.14 \div 3 = 26.167$
 $0 \div 3 = 0$ A 26.167 cm²

④ 0×2

おうぎ形の面積をよめる
には中心角に着目して計
算すればよい。

①②③④の問題はよく解けたし
かんたんだった。でも④は
まちがしかた。④の答えは
ありきれなかった。180°や90°
は中心角と云うことがわかった。

曲線のある形の面積
はQ色のついた部分の面積を求めよう。



テニスボールのような形はどのように
面積を求めたらよいのだろうか。

④の式で考える

① $100 - 100 = 0$

② $100 + 100 - 100 = 100$

③ $100 - 100 = 0$ ④ 100×2

⑤ $100 + 100 - 100 = 100$

⑥ $100 + 100 - 100 = 100$

⑦ $100 - 100 \times 2 = 100$

A 57 cm²

A 57 cm²