

学ぶ楽しさを実感できる指導の一考察
— 「三平方の定理の利用」を通して —

1 設定理由

現行の学習指導要領の中学校数学科では、「数学的活動の楽しさや、数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育てる」ことを目標としている。

しかし、2016 年度の全国学力・学習状況調査の結果から、「数学の授業で学習したことは、将来、社会に出たときに役に立つ」と捉えている生徒に対して、「数学の授業で学習したことを普段の生活の中で活用できないか考える」生徒は少ない。これは、数学の有用性や、「学ぶ楽しさ」を十分に伝えきれていないためではないかと考える。

また、夷隅郡市で行った前提調査の結果からも同様のことがうかがえる。

そこで本研究では、身近な題材で「三平方の定理の利用」の学習を進めることで、さらに意欲が高まり、数学を学ぶ楽しさを実感することができるであろうと考え、本テーマを設定した。

2 仮 説

「三平方の定理の利用」の学習を通して、身近で様々な発展性を含んだ題材を順序立てて授業に位置づけることにより、生活と関連づけながら数学的活動にとりくむことができ、数学を学ぶ楽しさを実感できるであろう。

3 研究内容

- | | |
|--------------------------|-----------|
| 1 本研究における「学ぶ楽しさ」について | 4 検証授業の実践 |
| 2 前提調査のまとめ | 5 仮説の検証 |
| 3 仮説に関わる題材の工夫と模型等の開発について | |

4 結 論

- ・課題を提示する際に、身近で様々な発展性を含んだ題材を、順序立てて取り入れることで、多くの生徒が意欲的にとりくみ、学ぶ楽しさを実感することができた。
- ・思考を助けるために、写真や模型を用いることで、視覚的に捉えやすくなると同時に、操作活動を取り入れることができ、数学の有用性を感じたり、学ぶ楽しさを実感したりすることができた。

I 研究テーマ

学ぶ楽しさを実感できる指導の一考察

— 「三平方の定理の利用」を通して —

II 設定理由

1 数学教育および生徒の実態から

現行の学習指導要領の中学校数学科では、「数学的活動の楽しさや、数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育てる」ことを目標としている。また、新学習指導要領においても、「数学的活動の楽しさやよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度を養う」ことを目標としている。

しかし、2015年度の国際数学・理科教育動向調査（TIMSS2015）の結果から、「数学は楽しい」という質問に対して、肯定的に回答した生徒は52%と、およそ半数にとどまっている。この数値は、国際平均71%と比較すると、まだまだ低い。また、2016年度の全国学力・学習状況調査の結果から、「数学の授業で学習したことは、将来、社会に出たときに役に立つと思いますか。」という質問に対して肯定的に捉えている生徒は、約71%となっているのに対して、「数学の授業で学習したことを普段の生活の中で活用できないか考えますか。」という質問に対して肯定的に捉えている生徒は約42%にとどまっている。これは、数学の有用性や、「学ぶ楽しさ」を十分に伝えきれていないためではないかと考えられる。

また、夷隅郡市で行った前提調査の結果では、「数学の勉強は好き」の質問に対して約62%、「数学を勉強すれば普段の生活で役に立つと思う」の質問には、約80%の生徒が肯定的に捉えている。しかし、「数学で学習したことが普段の生活の中で活用できないか考える」については、約49%と低くなっている。また、「図形」の領域を好きと答えた生徒の割合は、約50%で、これは「関数」の次に少ない。

このような現状をふまえ、日常生活に深く関わりを持つ単元の一つである「三平方の定理」において、指導法や教材の工夫・改善の必要があると考えた。そこで本研究では、身近な題材で「三平方の定理の利用」の学習を進めることで、さらに意欲が高まり、数学を学ぶ楽しさを実感することができるであろうと考え、本テーマを設定した。

2 夷隅郡市教育研究会算数・数学部 共同研究の成果と課題から

今までに、夷隅郡市教育研究会算数・数学部では、指導上問題となる内容について生徒の実態を捉えながら、指導法の改善を目指して共同研究を行ってきた。本研究と関連する研究テーマは次の通りである。

2016年度 「身近な事象を解決できる指導の一考察」（三平方の定理）

2011年度 「学ぶ楽しさを実感できる図形指導の一考察」（三平方の定理）

2007年度 「学ぶ楽しさを実感できる関数指導の一考察」（一次関数）

2006年度 「学ぶ楽しさを実感できる指導の一考察」（図形と相似）

2004年度 「学ぶ面白さを実感できる望ましい数学的活動のあり方」（平方根）

本年度は、特に2011年度、2016年度の研究成果をふまえ、本テーマにとりくんだ。

III 研究目標

「三平方の定理の利用」の学習において、数学を学ぶ楽しさを実感できる指導法の実践的・具体的手だてを探る。

IV 研究仮説

「三平方の定理の利用」の学習を通して、身近で様々な発展性を含んだ題材を順序立てて授業に位置づけることにより、生活と関連づけながら数学的活動にとりくむことができ、数学を学ぶ楽しさを実感できるであろう。

V 研究組織・対象

1 研究組織 東陽郡市教育研究会 算数・数学部

2 研究対象

- (1) 前提調査 東陽郡市内中学校全9校3年生 合計 306名(2016年2月実施)
- (2) 事前・事後調査 勝浦市立勝浦中学校3年生2学級 合計 71名(2017年1月実施)
- (3) 授業実践 勝浦市立勝浦中学校3年生2学級 合計 71名

VI 研究内容の項目

- 1 本研究における「学ぶ楽しさ」について
- 2 前提調査のまとめ
- 3 仮説に関わる題材の工夫と模型等の開発について
- 4 検証授業の実践
- 5 仮説の検証

表Ⅶ-1 「学ぶ楽しさ」を実感できる場面

VII 研究の具体的内容

1 本研究における「学ぶ楽しさ」について

東陽郡市教育研究会算数・数学部では、これまで継続して「学ぶ楽しさ」や「学ぶ面白さ」について研究を進めてきた。本研究では、先行研究を参考に「学ぶ楽しさ」を「問題解決の場面で今までの学習で身につけたことを使い、筋道を立てて考察し、自分なりに考えられたことの達成感を感じる。また、自らの学習活動を振り返り、学びを深めることの充実感を感じる」と捉えることとした。さらに、「学ぶ楽しさ」を実感できる場面では、学習者に3つの性質(表Ⅶ-1)が表れると捉えた。

性	内 容	キーワード
主体性	自らが主体的に、疑問や課題を解決しようとする。	「なぜだろう。」 「何とかできないだろうか。」
変容性	疑問に感じていたことが解決でき、明らかになる。	「なるほど。」 「そういうことだったのか。」
発展性	さらに、次の疑問を発見したり、課題を発展させたりしていく。	「これもできるかな。」 「もっと知りたいな。」

東陽郡市教育研究会算数・数学部作成

2 前提調査のまとめ(資料 p.2～p.6 を参照, ①～⑤は調査問題の番号と対応)

(1) 数学の学習に関する意識調査

- ① 「数学の学習は好き」と肯定的に捉えた生徒は 61.5 % (2016 年全国学力・学習状況調査 56.2 %) と肯定的に捉えている生徒が多い。「数学を勉強すれば普段の生活で役に立つ」と回答した生徒は 79.7 % (同 71.3 %) に対して、「数学で学習したことを普段の生活の中で活用できないか考える」と回答した生徒は 48.7 %にとどまっている。役に立つと思いながらも、日常の生活と数学が結びついていないことが分かる。また、「図形の学習は好き」、「図形の学習は楽しい」と回答した生徒は、それぞれ 61.5 %, 61.4 %と肯定的に捉えている生徒が多い。
- ② 数学を内容別に好きか嫌いかを調査した結果、「図形」の領域については、好きと答えた生徒は 50.3 %で、「関数」の領域に次いで低い。

(2)「三平方の定理」の学習に関する意識調査

- ① 「もっと勉強したい」、「簡単に理解しやすい」と回答した生徒は、それぞれ 57.2 %、58.2 %と肯定的に捉えている生徒が多い。その一方で、「身近な内容である」、「生活に役立つ」と回答した生徒は、それぞれ、48.3 %、44.4 %と少なくなっている。これは日常の中で、どんな場面で三平方の定理が使われているのかを理解できていないためと考えられる。
- ② 「三平方の定理」の学習の中で、「なるほど」と感じた場面は非常に少ない。

(3)「三平方の定理」の単元に関する学習調査

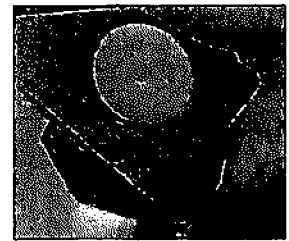
- ① 直角三角形になっていれば、三平方の定理を用いて、辺の長さを求めることができるが、台形になり、自分で補助線を入れて直角三角形を作らなければいけない問題に関しては、正答率が低く、無答が多くなっている。
- ②～④ 平面図形や空間図形の中に直角三角形を見いだすことができない生徒もいる。
- ⑤ 坂を直角三角形の斜辺として捉えることができていない生徒が多い。

以上のような実態から、授業の中で、身近で様々な発展性を含んだ題材を順序立てて授業に位置づけることで、生徒たちは意欲的に学習にとりくむであろうと考える。さらに、模型を操作する活動などを多く取り入れ、生活と関連づけながらとりくませることで、主体的な学習が期待できると考える。

3 仮説に関わる題材の工夫と模型等の開発について

第7時（平面に直角三角形を見いだす。）

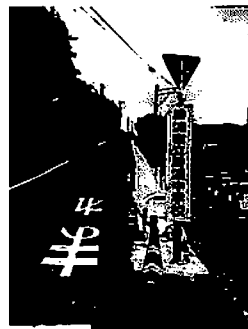
「マンホールのふたが丸いのはどうしてか」と提示し、右の写真のような模型を用いて、実際に落ちないかを確認めさせる。円の他に、長方形、正方形、正三角形、正六角形についても模型を用いて、確認めさせることで、図形の幅となる長さに着目するであろうと考えた。



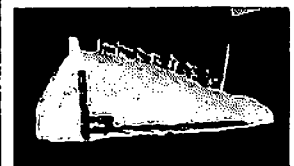
図Ⅶ-1 マンホールの模型

第10時（空間に直角三角形を見いだす。）

本校は、坂を上り切ったところに学校があり、生徒たちは毎日坂を上って登校してくる。そこで、「表坂を上って登校している人は、毎日どのくらいの高さを上ってきているのか」と投げかけることで、三平方の定理につなげていきたい。生徒にとっては、実際の坂を直角三角形とイメージし、斜辺とみなすことは難しいと思われるので、坂の切断面を見ることができる模型を提示することとした。



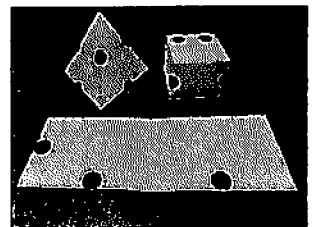
図Ⅶ-2 本校の表坂



図Ⅶ-3 表坂の模型の切断面

第11時（平面や空間に直角三角形を見いだす。また、三平方の定理の逆に気づく。）

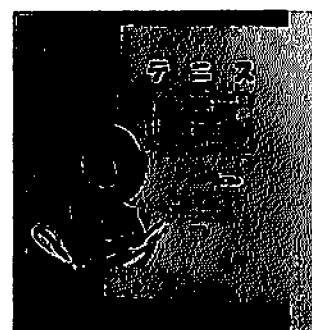
最近、スーパー等で三角錐の容器に入っている商品を多く目にする。そこで、本時は、同じ長方形の紙片から作ることができる三角錐と直方体の2つの立体の体積を求め、どちらの容器の方が体積が大きくなるかを比較していく。身近にある容器の体積を比較することで、意外性や興味・関心をもつことができると考えた。



図Ⅶ-4 紙片と三角錐、直方体の模型

第12時（三平方の定理の逆の良さを体感する。）

部活動で使っていたコートの子ニチュアを体育館にテープで作る課題を提示する。今まで自分たちが部活動で使っていたコートの形や大きさはそれぞれ違うが、全てのコートを作る際に直角が必要なことから、三平方の定理の逆が使えることに気づき、身近なものの中に数学が使われていることを感じられる場面になると考えた。



図四-5 コートを作る際の道具

4 検証授業の実践

(1) 指導計画(12時間扱い)

小単元 (時数)	指導目標	展開の概要 (※印は検証授業)	学ぶ楽しさを実感している姿
三平方の定理 (3)	- 三平方の定理を見いだし、証明できることを理解する。 - 三平方の定理の逆の意味を理解する。	- 三平方の定理を見いだす。 - 三平方の定理を用いて、辺の長さを求める。 - 三平方の定理の逆を知り、直角三角形かどうか判断する。	2つの正方形の面積を合わせて1つの正方形を作ろうとする。(主体性) - 直角三角形の直角をはさむ2辺と斜辺の係に気づく。(変容性) - 三平方の定理を用いて、色々な直角三角形の辺の長さを求めようとする。(発展性)
平面図形への利用 (4)	三平方の定理を平面図形の考察に利用したり、具体的な場面で活用したりすることができる。	- 正三角形の高さを求める。 - 特別な角をもつ直角三角形の辺の長さの比から長さを求める。 - 円の弦の長さ、2点間の距離を求める。 ※マンホールのふたが丸いのはなぜか考える。	- 様々な図形で、直角三角形を見いだそうとする。(主体性) - 様々な図形の中で、三平方の定理が使えることに気づく。(変容性) - 様々な図形で、三平方の定理を用いようとする。(発展性) - 円だと落ちない理由を考えようとする。(主体性) - 模型を使って、ふたが落ちるかどうか確かめる。(主体性) - 円以外の形についてはどうかを調べようとする。(主体性) - 図の中に直角三角形を見いだし、三平方の定理を用いて計算すればよいことに気づく。(変容性) - 他の形についても考えようとする。(発展性)
空間図形への利用 (4)	三平方の定理を空間図形の考察に利用して、具体的な場面で活用することができる。	- 直方体の対角線などを求める。 ※勝浦中の表坂は、どのくらいの高さか求める。 ※三角錐の容器と直方体の容器について調べる。	- 空間の中に直角三角形を見つけようとする。(主体性) - 空間の中にも三平方の定理が使えることに気づく。(変容性) - 他の立体についても考えようとする。(発展性) - 高さを求めるための方法を考えようとする。(主体性) - 坂の断面から、直角三角形を見いだし、三平方の定理を用いて計算すればよいことに気づく。(変容性) - 他の坂についても求めようとする。(発展性) - 立体のそれぞれの辺を求めようとする。(主体性) - 模型から、立体の底面と高さになる面を見つけようとする。(主体性) - 直角三角形をみいだし、三平方の定理を用いて計算すればよいことに気づく。(変容性) - 理解が不十分であった内容を復習しようとする。(発展性)
課題学習 (1)	三平方の定理の逆を用いてコートのミニチュアを作ることができる。	※部活で使っていたコートのミニチュアを作る。	- コートにはどんな特徴があるかを考えようとする。(主体性) - 三平方の定理の逆を用いて、すすんでコートを作ろうとする。(主体性) - 全てのコートに直角になる部分があることを知り、三平方の定理の逆を用いればよいことに気づく。(変容性) - 三平方の定理が使われている場面を数多く知り、他にどんな場面で使われているのかを考えようとする。(発展性)

(2) 仮説に関わる学習活動及び授業記録

展開 第7時

主な学習活動と内容	時配	学習への支援と評価
1 本時の学習課題を知る。	5分	・マンホールの写真を提示する。
マンホールのふたが丸いのはどうしてか、調べよう。		
2 他の形ではどうか調べる。	25分	
①長方形 ②正方形 ③正三角形 ④正六角形 ⑤円		・見方により穴の幅（点線）と図形の幅（実線）に違いがないか問いかける。 ・考えの進まない生徒には、パネルで作った模型を渡し、本当に落ちるのかやってみるように促す。 ・三平方の定理を使うことに気がついた段階で、それぞれの図形の長さを提示する。 ・補助線を引いて、図形の中に直角三角形を見つけられないか問いかける。
3 それぞれの形について、調べた長さを確認する。	15分	
4 本時の学習内容をまとめる。	5分	
正方形、長方形、正三角形、正六角形では穴に落ちるが、円だと穴に落ちずに安全。		

主な授業記録(太字は仮説に関わる生徒の反応)

T: 今日のテーマは、この写真です。なんだか分かるかな?
P1: マンホールだ!
T: どんな形をしているかな?
P2: 円だよ。他の形って見たことないよね。どうしてだろう? [主体性]
T: そうですね。では、今日は、マンホールのふたが円なのはどうかを調べていきましょう。
P3: 落ちないからじゃない? [主体性]
P4: 他の形だったら、絶対落ちるのかな? 六角形とかは? [発展性]
T: そうですね。今日はいろいろな形について調べてみます。模型があるから、模型を使いながら、落ちるかどうかを確かめてみましょう。
—省 略—
P5: (模型を操作しながら) 正三角形は向きを変えたら落ちたよ。[変容性]
六角形でもやってみよう。[発展性]
P6: 穴の幅の広いところより、図形の幅の方が狭そうだよ。[主体性]
—省 略—
P7: 長方形と正方形の対角線は三平方の定理を使って求められるよ。[変容性]
P8: 正三角形の高さを求めるには、この直角三角形が使えるよね。[変容性]
P9: 他にも、比も使えるんじゃない? [発展性]
P10: 正六角形の穴の幅を求めるにはどうしたらいいんだろう? [主体性]
P11: 対角線を引くと正三角形ができるから、比が使えるんじゃない? [主体性]
P12: 本当だ! これならできるね。[変容性]
—省 略—
P13: もっと角の多い多角形にしたらどうなるかな? それでも落ちるのかな? [発展性]

展開 第10時

主な学習活動と内容	時配	学習への支援と評価
1 本時の学習課題を知る。	5 分	・表坂の写真を提示する。
表坂を上って登校している人は、毎日どのくらいの高さを上ってきているのだろうか。		
2 調べる方法を考える。 ・表坂の長さを調べる。 ・地図から、水平方向の距離を調べる。	10 分	・実際に測れる長さを問いかける。 ・地図から測れるものがないか問いかける。 ・表坂の長さ = 161 m
3 坂の切断面から、直角三角形を見つけ、水平方向の長さを求める。 ・地図から水平方向の距離を求める。 約 159 m	15 分	・模型の切断面が直角三角形として見られることを確認する。
4 三平方の定理を使って、高さを求める。 ・高さ $\approx$ 25.3 m	15 分	・電卓を与えて、小数第 1 位までを求めることを確認する。
	5 分	・裏坂に興味をもつ生徒がいたら、同様に行えることを確認し、裏坂の長さを提示する。
5 本時の学習内容をまとめる。		
坂を直角三角形の斜辺と見ることで、高さを求めることができる。		

主な授業記録(太字は仮説に関わる生徒の反応)

T : 今日のテーマは、この写真です。何でしょう？
P1 : 表坂の写真だ！
T : そうです。表坂を使って登校している人たちは、一体、国道からどのくらい上ってきているのかを調べます。(模型を提示)
P2 : 坂の長さが求められそうだよ。[主体性]
P3 : 地図で距離が測れるんじゃない？ [主体性]
P4 : そっかあ。そうすると、三平方の定理が使えるんだね。[変容性]
P5 : どうして？だって、坂はゆがんでるよ。
P4 : 坂がゆがんでいても、だいたい直角三角形として見ることはできないかな？ [主体性]
P6 : 直角三角形ってどういうこと？
T : では、坂を半分に割ってみましょう。
P7 : あっ！(模型の断面を指して)ここに、直角三角形がある！ [変容性]
T : 直角三角形を書き込んでみてくれるかな？
P8 : (P7 が書き込んだ断面を見て) だから、三平方の定理が使えるんだね。[変容性]
P9 : そっか、それで地図から底辺を求めるんだね。社会みたい。[主体性]
一省 略一
P5 : 坂はゆがんでるけど、三平方の定理を使うと、坂の高さが求められるんだね。[変容性]
P10 : 私は裏坂を通ってきているから、裏坂についても知りたいな。[発展性]
T : 裏坂についても同じように考えると求められそうですね。では、求めてみましょう。 裏坂の長さは、90 mでした。
一省 略一

展開 第11時

主な学習活動と内容	時配	学習への支援と評価
1 本時の学習課題を知る。	10分	・三角錐と直方体の模型を提示する。
同じ長方形の紙片をもとにできる三角錐の容器と、直方体の容器について調べよう。 緑 = 2 赤 = $\sqrt{2}$ 緑 = 2 赤 = $\sqrt{2}$ ピンク = 0.5 青 = $\sqrt{2}-0.5$ $\sqrt{2}-0.5$		
2 三角錐の展開図から、長方形の紙片の面積を求める。	5分	・三角錐の展開図と模型を配布する。
・ $\sqrt{2} \times (2+2) = 4\sqrt{2}$	10分	・三角錐の模型から、垂直になっていそうな2面がないか問いかける。また垂直になっているかを確認する方法を問いかける。
3 三角錐で垂直になる2面をみつけ、三平方の定理の逆を用いて確かめる。	5分	・角錐の体積の求め方を確認する。
・面 $ABD \perp$ 面 ABC		
4 四面体 D-ABC の体積を求める。	15分	
・ $2 \times \sqrt{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \approx 0.67$		
5 同じ長方形の紙片からできる直方体の容器の体積を求める。	5分	
・ $1 \times 1 \times (\sqrt{2}-0.5) \approx 1.41-0.5=0.91$		
6 本時のまとめをする。		
立体の体積を求める際にも、空間の中に直角三角形を見つけることで、体積を求めることができる。		

主な授業記録(太字は仮説に関わる生徒の反応)

T : 皆さん、これは見たことがありますか？(実物を提示)
P1 : 三角錐だ！
T : そうです。今日は、同じ長方形の紙片をもとにして作ることができる三角錐と直方体の容器について調べていきます。どちらの方が、たくさん入りそうですか？
P2 : 三角錐の方が多く入りそうじゃない？
P3 : どうだろう？あまり変わらなそうだよ。
P2 : じゃあ、体積を求めてみようよ。[主体性]
T : ではまず、三角錐について考えていきましょう。(模型と展開図、シールを配布する。)
P4 : 分かりやすくするために、重なるところに同じシールを貼ってみよう。[主体性]
P5 : シールの貼っていない辺は展開図ではどこになるんだろう？[主体性]
P6 : 折り目になっている線だね。二等辺三角形で高さは分かっているから、三平方の定理で求めてみようよ。[主体性]
P5 : そっか、直角三角形を見つければいいんだね。[変容性]
一省 略一
T : 次に体積を求めてみましょう。
P7 : 下に置いた面が底面だよ。この辺(DM)が高さかな？[主体性]
P8 : 確かに、高さに見えるよね。どうやって確かめたらいいんだろう。[主体性]
P9 : 垂直かを確認するのに、三角定規をあててみよう。[主体性]
P10 : 三平方の定理の逆が使えるんじゃないかな。[主体性]
P11 : 空間の中に直角三角形を見つければ、求められるんだ！[変容性]
P12 : 立体でも、三平方の定理が使えるんだね。[変容性]
P10 : 他の形はどうなんだろう？[発展性]
一省 略一

展開 第12時

主な学習活動と内容	時配	学習への支援と評価
1 本時の学習課題を知る。	5分	
部活で使っていたコートの子ニチュアを作ろう。 ①テニス ②卓球 ③バスケット ④バレー ⑤野球(ダイヤモンド) ⑥柔道 ⑦剣道 ⑧陸上トラック		
2 三平方の定理の逆を用いて、直角を作ることを確認する。	10分	・それぞれに共通しているものが、直角であることを確認する。 ・直角を作るにはどうすればよいかを確認する。 ・ピタゴラス数の三角形の辺の長さを確認する。
3 各グループに用意されているものを使って、体育館に各コートをかく。	30分	・12等分の印のついたひも、巻き尺、養生テープを各グループに配布する。
4 本時の学習内容をまとめる。	5分	
三平方の定理の逆を用いて、直角を作ることができる。		

主な授業記録(太字は仮説に関わる生徒の反応)

T: 今日はみんなに、測量士さんになってもらいます。自分たちが部活動で使っていたコートのミニチュアを作ってみましょう。
T: 全てのコートに共通しているものは何でしょう?
P1: 四角形じゃないかな。[主体性]
P2: 四角形だけど、長方形や正方形だよ。[変容性]
T: そうですね。長方形や正方形に共通しているのは何ですか?
P3: 全部の角が直角。[変容性]
T: そうですね。では、直角を作るには、どんな方法がありますか?
P4: 三角定規が使えるんじゃない。[主体性]
T: 確かに、三角定規でも直角は作れますよね。でも、今日は三角定規は使わずに考えてみましょう。
P5: 三平方の定理の逆が使えるんじゃない? [主体性]
P6: 3: 4: 5の比の直角三角形が使えるよね。[変容性]
T: そうですね。では、各部活動ごとに別れて、実際にコートを作ってみましょう。
一省 略一
P7: (12等分のひもを持って) 3: 4: 5だから、Aさんは、ここを持って。[主体性]
P8: じゃあ、私はここを持つね。直角三角形ができたね。[変容性]
P9: こうやって、昔の人たちって建物を建ててたんだね。
P10: 今度からテニスコートのラインを貼るのに、この方法が使えるね。[発展性]
P11: グラウンドに駐車場を作るときにも使えるね。[発展性]

5 仮説の検証

- 身近な題材を多く取り上げることで、三平方の定理を使って解決できる場面がたくさんあることに気づくことができた。
- 模型を操作することで、直角三角形を見いだすことができ、「なるほど」、「こうなっていたんだ」と感じることができ、生徒の理解が深められた。
- 新たな気づきや、もっと調べてみたいというような疑問が生まれ、次の学習へつなげる意欲が生まれた。

(1) 授業中の生徒の反応から

実際に、生徒たちが普段から目にするような身近で発展性を含んだ題材にし、模型を提示したことで、生徒たちは関心をもって授業にとりくむことができた。また、模型を操作しながら、実際にどうなっているのかを確かめたり、友だちと相談し合ったりしながら主体的に学習にとりくむ姿が見られた。[主体性]

その際の会話から、「なるほど」、「そうやってやればいいのか」というつぶやきが多く聞こえた。これは、題材を順序立てて提示することで、既習内容と結びつき、それを生かせば課題が解決できることを実感できたからであると考ええる。[変容性]

さらに、第7時の「もっと角の多い多角形にしたらどうなるかな？それでも落ちるのかな？」、第10時の「私は裏坂を通ってきているから、裏坂についても知りたいな。」、第11時の「他の形はどうなんだろう？」、第12時の「今度からテニスコートのラインを貼るのに、この方法が使えるね。」等の発言から、新たな気づきや疑問を感じたものと考ええる。[発展性]

(2) 自己評価・生徒の感想から（資料 p.7～p.10, 資料 p.15～p.17）

「今日の学習に意欲的にとりくめましたか」の項目では、第7時から第12時を通して全体的に高い数値を示している。また、「今日の授業から、数学が身近に使われていると感じることができましたか」と「写真や模型は問題を解決する上でのヒントになりましたか」の項目も全体的に高い数値を示している。身近な題材を多く取り入れ、写真や模型を提示し、視覚に訴えることで、具体的なイメージをもつことができ、意欲的に学習にとりくめた。その中で、数学の有用性を感得する事ができた。[主体性]

第7時の「普段身近にあってそこまで考えたことのないことについて学習して、興味がわきました。[主体性] はじめの『なぜだろう？』が『なるほど！』に変わって、とてもわくわくしました。[変容性]」や、第10時の「三平方の定理で求められることに驚いた。[変容性]」、 「家の近くの坂の高さを知りたい [発展性]」、第11時の「少し難しかったけど、模型を使って解くことで『なるほど』と思った。実際に模型を作ってみて分かったこともあった。[変容性]」、第12時の「3:4:5で90°が作れることがよく分かった。[変容性]」、「実際に実物大のコートを作りたい。[発展性]」等の感想が得られた。身近で発展性のある題材を用い、順序立てて授業に組み込み、実際に模型を操作することで、「なるほど」と感じることができ、生徒の理解が深まったものと考えられる。また、新たな気づきや、もっと調べてみたいというような疑問が生まれ、次の学習へつなげる意欲も高まったものと考えられる。

(3) 事前・事後調査と前提調査（夷隅郡市9校の調査）との比較から（資料 p.11～p.15）

意識調査より、「数学の学習は好き」の項目において、事前調査、前提調査では肯定的に捉えている生徒は、それぞれ71.0%, 61.5%であるのに対して、事後調査では76.8%であった。

「数学を勉強すれば普段の生活で役に立つ」の項目では、事前調査、前提調査では肯定的に

捉えている生徒は、それぞれ 73.9 %、79.7 %であるのに対して、事後調査では 91.3 %と高い数値を示している。また、数学で学習したことを普段の生活の中で活用できないか考える」については、事前調査、前提調査では肯定的に捉えている生徒は、それぞれ 52.9 %、48.7 %であるのに対して、事後調査では 79.5 %であった。

さらに、「新たな問題を、習ったことを利用して自分で考えられたとき、数学は面白いと感じる」については、事前調査、前提調査では肯定的に捉えている生徒は、それぞれ 79.7 %、74.5 %であるのに対して、事後調査では 92.8 %と高い数値を示している。

これらのことから、授業の中で身近で発展性を含んだ題材を多く取り上げ、順序立てて提示することで、数学の有用性を感じることができ、それを実際の生活の中に生かそうとする態度が生じ、新たな疑問や気づきが生まれたものと考ええる。

「三平方の定理」の領域に関する調査問題においては、どの問いにおいても前提調査よりも事後調査の正答率が大きく上回っている。これは、模型等の操作活動を通して、直角三角形をイメージすることができていたためと考える。また、全体を通して、前提調査よりも事後調査では、無答率も低かった。これは、難しい問題にも挑戦しようとする主体性の向上が見られたと言える。身近な事象を取り上げることで、数学を身近に感じることができ、とりくみやすく感じたものと考えられる。

VIII 研究のまとめ

1 成果

- (1) 課題を提示する際に、身近で様々な発展性を含んだ題材を、順序立てて取り入れることで、多くの生徒が意欲的にとりくみ、学ぶ楽しさを実感することができた。
- (2) 思考を助けるために、写真や模型を用いることで、視覚的に捉えやすくなると同時に、操作活動を取り入れることができ、数学の有用性を感じたり、学ぶ楽しさを実感したりすることができた。

2 課題

- (1) 模型等を操作することや、班の仲間と協力して行うことに対しての楽しさにとどまってしまった生徒も見られた。今後、さらに生徒たちがとりくみやすいと感じられるような題材の精選や教材の開発をしていく必要がある。
- (2) 学ぶ楽しさをより強く生徒が実感できるように、他の単元でも継続して題材を研究していく必要がある。

【引用・参考文献】

文部科学省(2008)：中学校学習指導要領（平成 20 年 3 月）。文部科学省

文部科学省(2008)：中学校学習指導要領（平成 20 年 9 月）解説－数学編－。文部科学省

文部科学省(2017)：中学校学習指導要領－平成 29 年 3 月告示－。文部科学省

文部科学省(2002)：個に応じた指導に関する指導資料

－発展的な学習や補足的な学習の推進－。教育出版株式会社

下田好行(2008)：「知の活用力」をつける理数教育 中学校数学の教材開発・授業プラン 3 年。
学事出版

黒澤俊二(2001)：楽しい「算数新聞」をつくろう－「楽しさ」とはどういうことか－。
東洋館出版

1 テーマに関わる文献から

(1) 数学的活動の楽しさ

「数学的活動の楽しさ」は、観察し、操作し、実験するなど具体的な作業で得られる楽しさばかりではない。むしろそれらの活動を通して「なぜそうなるのか」、「いつも成り立つのか」と考えて考えた末に、「どうして気づかなかったのか」、「前に学習したことと同じだ」、「なるほどうまくことを考えるな」、「きれいにまとめられるな」など、これまでの学習を振り返り、自らの心に質的な飛躍を感じたときに本物の「学びの楽しさ」が存在するものである。(文部科学省『個に応じた指導に関する指導資料－発展的な学習や補充的な学習の推進－』教育出版株式会社 2002年 p.39)

(2) 学ぶ楽しさについて

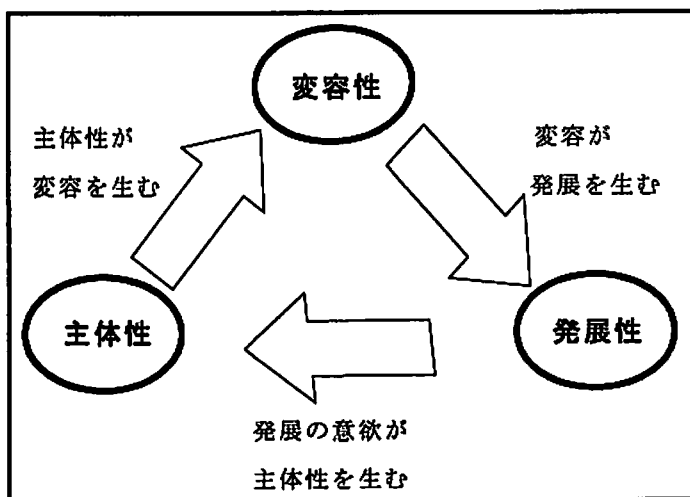
数学の学習において、学んでいて楽しくかつ充実感をもつことができる要件として次のことが挙げられる。

- ① 学んでいることの意味や定義が分かる
- ② 「不思議だ」、「すごいや」、「変だ」、「どうして」などと感性や理性が刺激される。
- ③ 新しい解き方や見方・考え方を見いだしたり創造したりする。
- ④ バラバラに見えたことが一つの見方で統一してみることができる。
- ⑤ 考え方や、形や、形式などが美しい

数学を学ぶ楽しさやよさは、自らの見方や考え方で進めた学習活動を振り返り、自分が予想していたこと・知っていたことと、新たに学んだこと・体験したこと、他者から学んだことを比較することで得られる。(文部科学省『個に応じた指導に関する指導資料－発展的な学習や補充的な学習の推進－』教育出版株式会社 2002年 p.48)

(3) 学ぶ楽しさの3つの性質について

「愉しさ」に気づく子どもの様子には主体性、変容性、発展性という3つの性質がある。わからないことがわかるようになったという変容が発展性を生み、その発展が主体性を生み、主体性が変容を生むという3つの性質が相互にその動機づけとなっている。「変容」→「発展」→「主体的な問いと解決」→「変容」といったサイクル(図I-1)を活性化させることが必要である。(黒澤俊二『楽しい「算数新聞」をつくろうー「楽しさ」とはどういうことか』東洋館出版 2001年 p.24～p.27)



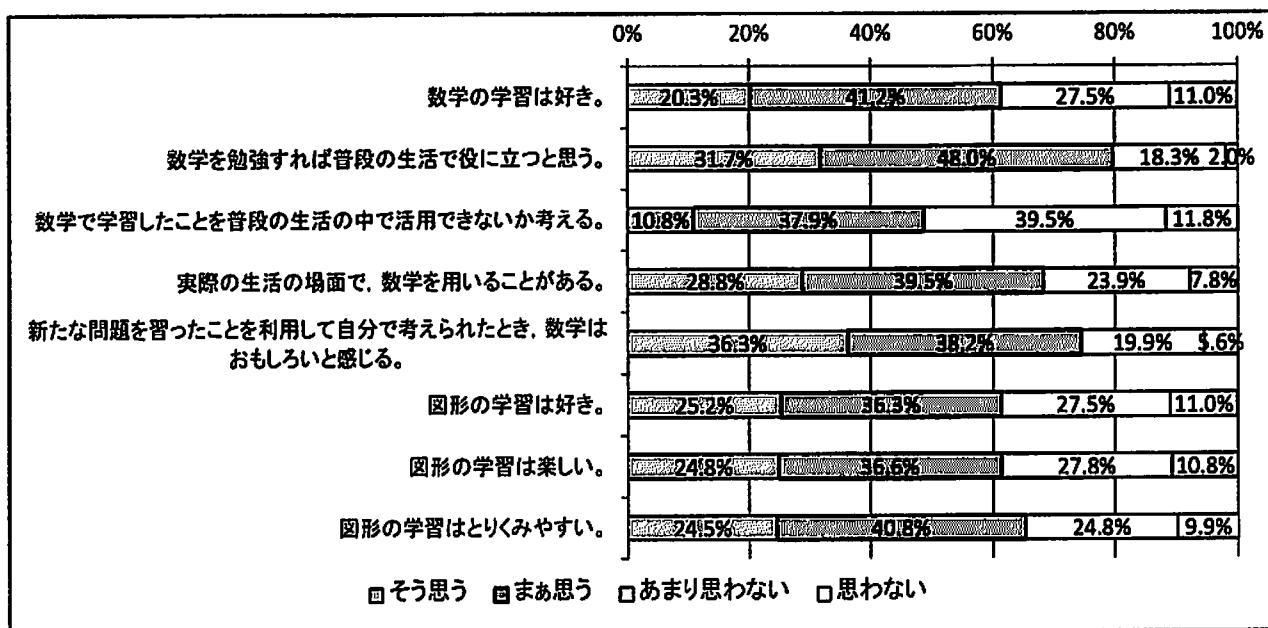
図I-1 3つの性質のサイクル

2 前提調査の結果の分析と考察

調査対象 夷隅郡市内中学校全9校3年生 合計306名(2016年2月実施)

(1) 数学の学習に関する意識調査

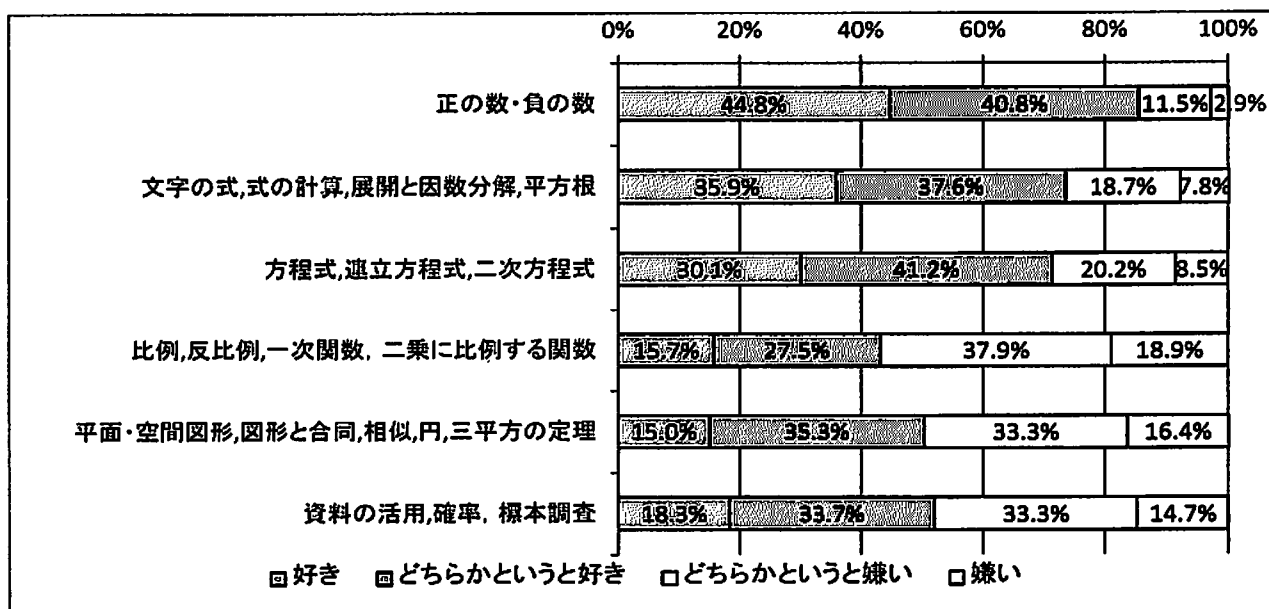
① 次の質問に対して、どのように思いますか。



【考察】

「数学の学習は好き」と回答した生徒は 61.5 % (2016 年度全国学力学習状況調査 56.2%) , 「数学を勉強すれば普段の生活の中で役に立つと思う」と回答した生徒は 79.7 % と、肯定的に捉えている生徒は多い。一方で、「数学で学習したことを普段の生活の中で活用できないか考える」(同調査 41.8 %) については 48.7 % と低くなっているが、「新たな問題を習ったことを利用して自分で考えられたとき、数学は面白いと感じる」については、74.5 % と多い。これらのことから、身近な題材を多く取り入れ、既習事項を活用する問題を行うことで、より多くの生徒の学ぶ意欲を高めることが可能であると考えられる。

② 次の学習内容は好きですか。

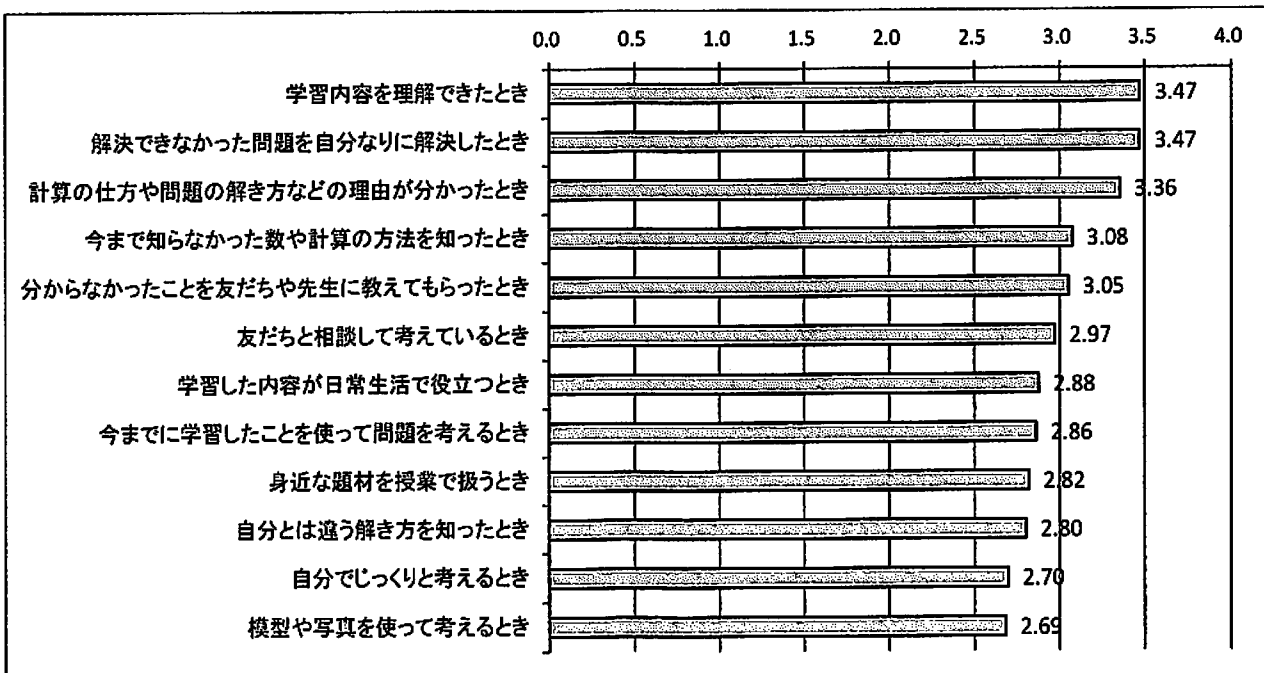


【考察】

数と式の領域については、「好き」、「どちらかというとき好き」と感じている生徒は多い。次いで、資料の活用、図形、関数の順となっているものの、図形の学習については、数と式の領域と比較すると、50.3 %と低い数値となっている。指導法の工夫・改善により、より多くの生徒の学ぶ意欲を高めることが可能であると考ええる。

③ あなたは次のようなとき、楽しいと感じますか。

「4 楽しい」、「3 どちらかというとき楽しい」、「2 どちらかというとき楽しくない」、「1 楽しくない」の平均値を小数第2位まで算出した。

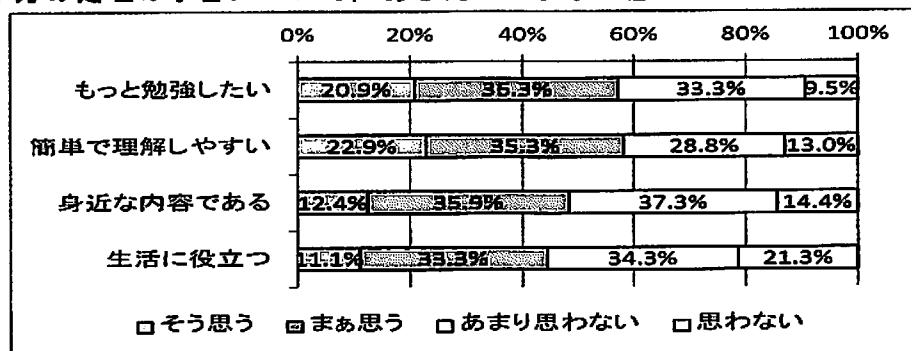


【考察】

「学習内容が理解できたとき」、「解決できなかった問題を自分なりに解決したとき」に楽しいと感じている生徒が多い。このことから、授業の中で、既習事項を用いる場面を設定することで、生徒の意欲を高められるものと考ええる。また、「身近な題材を授業で扱うとき」、「模型や写真を授業で使うとき」についてはあまり数値は高くない。しかし、生活に密着したものを題材として扱い、模型や写真等を使い提示の仕方を工夫することで、より多くの生徒の学ぶ意欲を高めることができるのではないかと考える。

(2) 「三平方の定理」の学習に関する意識調査

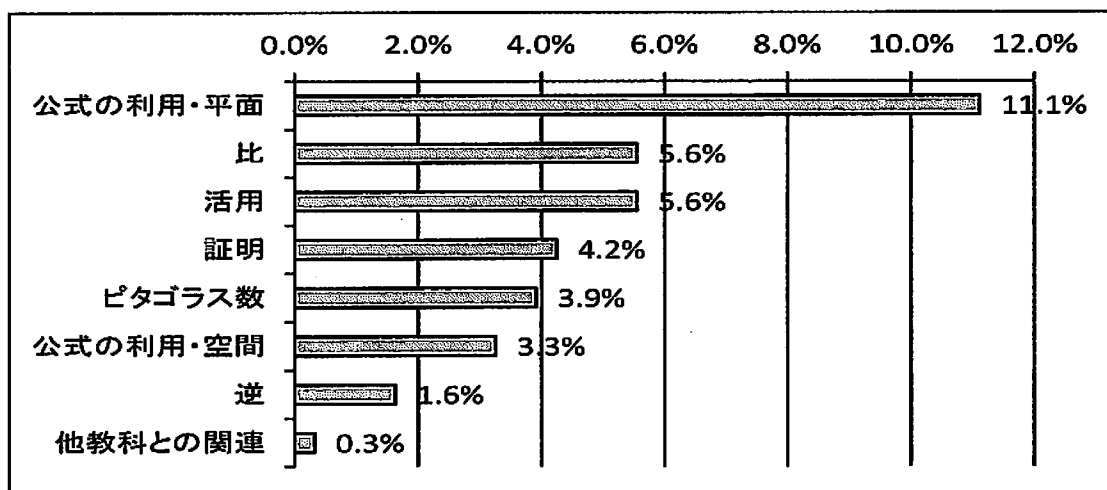
① 三平方の定理の学習について、あなたどのように感じていますか。



【考察】

三平方の定理の学習について、「もっと勉強したい」、「簡単に理解しやすい」と感じている生徒は多い。一方で、「身近な内容である」、「生活に役立つ」と感じている生徒は前者に比べて少ない。これは、公式を用いて、辺の長さを求めることはできるが、三平方の定理が日常の中で使われている場面について、あまり知らないからであると考え。そこで、日常にある身近な事象を取り上げ、既習事項と結びつけることで、生徒たちの学ぶ意欲の向上が図れるものとする。

② 三平方の定理の学習の中で、「なるほど」と感じた場面は何ですか。



【考察】

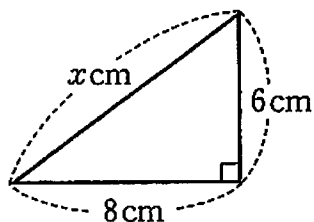
自由記述のため、回答は少数であった。三平方の定理の中で、「なるほど」と感じている生徒は少なく、ただ計算により長さを求められることにとどまっていることが分かる。このことから、三平方の定理が活用されている場面の多さを実感できる指導が必要であると考え。

(3) 「三平方の定理」の単元に関する学習調査

① 観点…三平方の定理を用いて、図形の一辺の長さを求めることができる。

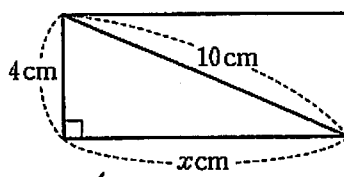
次の図で、 x の値を求めなさい。

ア



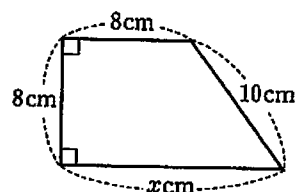
[解答: $x=10$]

イ



[解答: $x=2\sqrt{21}$]

ウ



[解答: $x=14$]

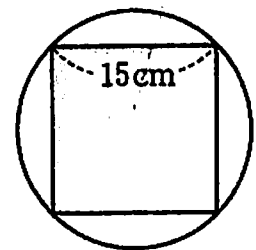
	正答率	誤答率	無答率	主 な 誤 答 例
ア	80.4%	14.7%	4.9%	8, $5\sqrt{4}$, 16, 12, 9
イ	66.3%	25.2%	8.5%	10, $4\sqrt{3}$, $\sqrt{84}$, 9, 8, 9.5
ウ	47.4%	32.0%	20.6%	10, 12, $8\sqrt{3}$, 11

【考察】

アの三平方の定理を用いて直角三角形の斜辺の長さを求める問いは、正答率が高い。イの長方形の対角線の長さを求める問いでは、アと同様に斜辺を求める問いだが、正答率が下がっている。ウでは図の中に直角三角形が見えていないため、正答率が低くなり、無答率が増えている。手がかりになる直角三角形をイメージできるような手立てが必要であると考え。

② 観点…三平方の定理を平面図形に利用できる。

丸太から、右の図のような切り口の 1 辺が 15 cm の正方形になる角材をとりたい。丸太の直径は何 cm 以上あればよいか求めなさい。



[解答： $15\sqrt{2}$ cm 以上]

正答率	誤答率	無答率	主 な 誤 答 例
46.4%	36.6%	17.0%	30, $5\sqrt{9}$, 60, 17

【考察】

対角線をひくことで直角二等辺三角形となり、その斜辺を求めればよいのだが、補助線となる対角線に気づかない生徒が多いため、正答率が下がっている。

③ 観点…三平方の定理を平面図形に利用できる。

A (5, 2), B (2, 6) の AB 間の距離を求めなさい。[解答： 5]

正答率	誤答率	無答率	主 な 誤 答 例
50.9%	20.6%	28.5%	65, $4\sqrt{2}$, 4, 6, 5, (3, -4)

【考察】

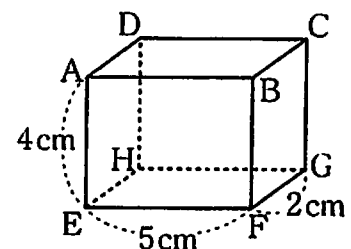
正答率はおおよそ半数と高くない。簡易的に座標軸上に直角三角形を見だし、三平方の定理を利用することができない。

④ 観点…三平方の定理を空間図形に利用できる。

右の直方体について、次の問いに答えなさい。

ア AG の長さを求めるために、三平方の定理を使う直角三角形を 1 つ答えなさい。[解答： $\triangle AEG$ 他]

イ AG の長さを求めなさい。[解答： $3\sqrt{5}$]



	正答率	誤答率	無答率	主 な 誤 答 例
ア	64.7%	21.2%	14.1%	$\triangle ABF, \triangle EFG, \triangle AEF$
イ	52.6%	24.5%	22.9%	65, 40, 20, 11, $\sqrt{35}$

【考察】

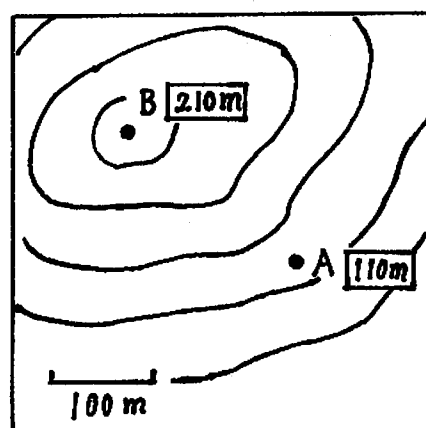
アについては、対角線を求めるために必要な直角三角形をイメージできず、図の中に必要な直角三角形を答えることができていない。イではアで必要な直角三角形をイメージできた生徒の中にも、直方体の対角線を求める公式、または、三平方の定理を2回使って辺の長さを求めることができない生徒が多いと考えられる。

⑤ 観点…三平方の定理を空間図形に利用できる。

次の地図は、等高線の入った地図である。地図上の2点A, B間に、ロープウェイを作る。このときロープウェイの全長が何mになるか求めなさい。また、□で囲まれた110m, 210mは、それぞれの地点の標高を表している。

[解答: $100\sqrt{5}$]

正答率	誤答率	無答率	主 な 誤 答 例
17.3%	55.9%	26.8%	200, 250, 300, 500



【考察】

山の切断面から直角三角形を見つけ、三平方の定理を求める問題であるが、地図の長さをそのままロープウェイの長さ（斜辺）と考えている生徒が多いため、正答率は非常に低くなっている。また、無答率が高いことから、何とかして解決しようという主体性を育てる必要があると考える。

3 授業中の生徒の活動および感想

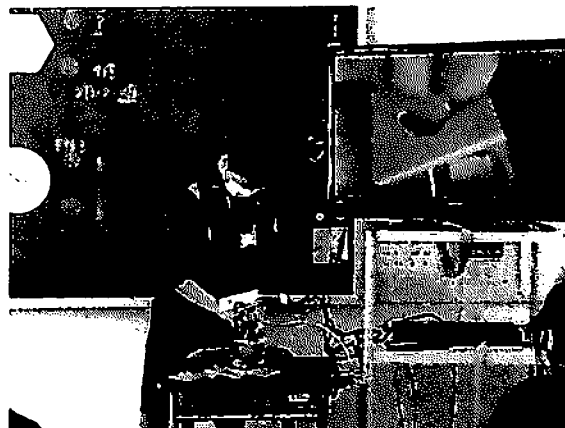
(1) 第7時

① 生徒の活動

ア 班で模型を操作しながら長さを求める場面



イ 全体でふたが落ちるかを確認する場面



② 生徒の感想

- ・ 普段身近にあってそこまで考えたことのないことについて学習して、興味がわきました。はじめの「なぜだろう？」が「なるほど！」に変わって、とてもわくわくしました。
- ・ 普段何気なくある物に着目してその理由を調べるのはとてもおもしろいと思った。
- ・ マンホールが円になっている理由を理解できました。論理的に解決し、さらに実際にやってみることで、理解が深まりました。
- ・ 今日やった形ではなかったらどうなるんだろうと思った。六角形は落ちないと思っていたけど、長いところと短いところがあって落ちるんだと納得した。
- ・ 実際に模型を使ってやれたので、ヒントがたくさんもらえた。どんな図形でも直角三角形を作ることができれば、三平方の定理を使って求めることができた。もっと知りたいと思ったのは、角が多くなれば落ちにくくなるのではないかということです。
- ・ 身近にあるものが数学に関係していて、少し驚きました。色々な形の比を考えたり、解決するためにどうすればいいのかなど普段は考えないことを考えられたし、知れました。
- ・ 正六角形の形が一番難しかったけれど、工夫することで解けた。円の理由が落ちないようにしてあるという考えられた理由で驚いた。
- ・ マンホールのことは知っていたけど、自分でやってみることで、より理解できた。
- ・ 模型を使うことで考えやすかった。円以外や授業で使った形以外にも落ちない物があるのか知りたいと思いました。
- ・ 身近なところに数学が使われていると感じられた。もっと身近なところに、どんなことで数学が使われているのか知りたいと思った。

③ 自己評価

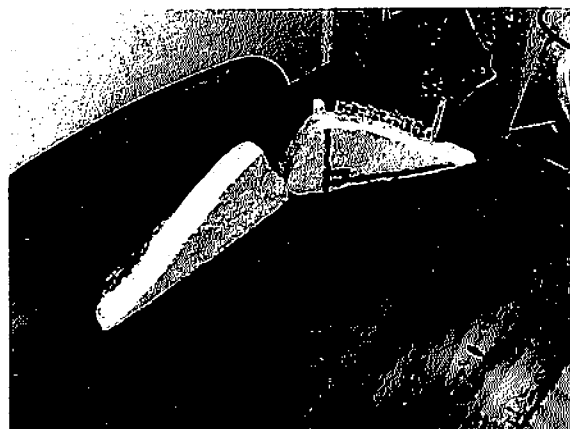
「4…よくあてはまる」、「3…だいたいあてはまる」、「2…あまりあてはまらない」、「1…まったくあてはまらない」の平均値を小数第2位まで算出した。

意欲的にとりくめましたか	3.83	模型や写真は問題を解決するうえでヒントになりましたか	3.87
授業中に「なるほど」と思える場面はありましたか	3.83	数学が身近に使われていると感じることができましたか	3.80
「もっと知りたい」と思えることができましたか	3.51	今までに学習した内容を使って、考えようと思いましたか	3.85

(2) 第10時

① 生徒の活動

ア 坂の模型の切断面に、
生徒が直角三角形を書き込んだもの



イ 地図から、
水平方向の距離を求めている場面



② 生徒の感想

- ・三平方の定理で求められることに驚いた。
- ・家の近くの坂の高さを知りたいと思った。
- ・三平方の定理って、すごく楽しい！
- ・社会とからんでいてよかった。水平面を地図から求められることを知り、びっくりした。
- ・身近なことを知れてよかった。身近なことだと意欲が出た。三平方の定理は色々なことができると思った。
- ・身近なところで数学が使われているのを知って、数学って役に立つなと思った。色々な場所を三平方の定理を使って調べるのも楽しそう。写真や模型があることで分かりやすかった。
- ・自分たちがいつも使っているものを使って問題を解くのはおもしろかった。
- ・三平方の定理を使えば坂関係の高さをだせることが分かった。坂を横から見て直角三角形と捉えたことがなかったから納得。
- ・三平方の定理と地図だけで坂の高さを求められることにびっくりした。もっと色々な坂の高さを知りたいと思った。
- ・「表坂」を求めたときに、いつも自分が歩いている「裏坂」はどうだろう？と思った。求められてよかった。三平方の定理はこんなところでも使えるんだと思った。
- ・色々な場所を三平方の定理を使って調べるのも楽しそう。
- ・日常的なもののなかに、もっと三平方の定理が使えるものを探してみたい。
- ・坂以外にも三平方の定理で出せるもの何かあるかな？

③ 自己評価

「4…よくあてはまる」、「3…だいたいあてはまる」、「2…あまりあてはまらない」、「1…まったくあてはまらない」の平均値を小数第2位まで算出した。

意欲的にとりくめましたか	3.86	模型や写真は問題を解決するうえでヒントになりましたか	3.84
授業中に「なるほど」と思える場面はありましたか	3.70	数学が身近に使われていると感じることができましたか	3.86
「もっと知りたい」と思えることがありましたか	3.54	今までに学習した内容を使って、考えようと思いましたか	3.81

(3) 第11時

① 生徒の活動

ア 展開図から模型を組み立てている場面



イ 班の仲間と、模型から体積を求めようとしている場面



② 生徒の感想

- ・少し難しかったけど、模型を使って解くことで「なるほど」と思った。実際に模型を作ってみて分かったこともあった。
- ・模型をヒントに問題を解決できたので、楽しかった。
- ・班の仲間と協力して意欲的にとりくめた。
- ・三平方の定理は、いろいろなことで使うことができ、すごいと思った。
- ・組み立てて学べたので分かりやすかった。展開図が苦手だったので、分かりやすく学べた。
- ・四面体の展開図を考えるのが難しかった。実際に模型を作ってみて、分かったこともあった。
- ・もとは同じ紙なのに、立体を作ると体積が変わることが不思議だと思った。でも、解決できたのでよかった。
- ・立体はいろいろな方向から見ないといけないから難しい。模型がないと難しかった。
- ・垂直な面を探すのに、三平方の定理の逆が使えることを実感できた。
- ・他の立体が作れないか、どうなるのか知りたい。
- ・色々な三角錐の形について調べたい。

③ 自己評価

「4…よくあてはまる」、「3…だいたいあてはまる」、「2…あまりあてはまらない」、「1…まったくあてはまらない」の平均値を小数第2位まで算出した。

意欲的にとりくめましたか	3.83	模型や写真は問題を解決するうえでヒントになりましたか	3.88
授業中に「なるほど」と思える場面はありましたか	3.71	数学が身近に使われていると感じることができましたか	3.81
「もっと知りたい」と思えることがありましたか	3.57	今までに学習した内容を使って、考えようと思いましたか	3.80

(4) 第12時

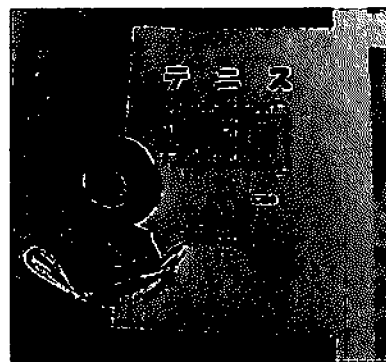
① 部活動ごとに配付したもの

各部活動ごとに、以下の物を配付した。

○コート各辺の長さを入れたものと、それを10分の1などに縮小したコートのサイズを記入した用紙

○巻き尺 ○12等分にした輪になったひも ○養生テープ

その他、陸上部には大型コンパス、模造紙、定規

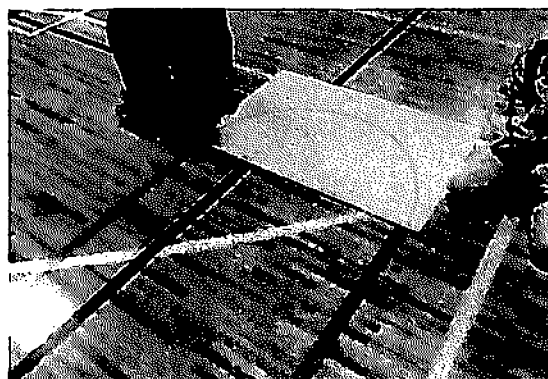


② 生徒の活動

ア 3:4:5の直角三角形を利用して、直角を作っている場面



イ 陸上トラックで、長方形に半円をつけている場面



③ 生徒の感想

- ・実際に実物大のコートを作ってみたい。
- ・3:4:5で 90° が作れることがよく分かった。
- ・みんなで協力して作業するのが楽しかった。三平方の定理の逆が使えることが分かった。
- ・三平方の定理を使ってコートを作ることができた。やっぱり身近なものに使えるすごい。
- ・三平方の定理を使って 90° を測れたのが楽しかった。
- ・テニスコートの正しい作り方を知れた。
- ・昔の人の知識、使い方がすごいと思いました。今の建物はすぐに建てられるが、昔はこのようなして作っていたことを学べた。
- ・三平方の定理は三角形だけでなく、逆を使えば長方形にも利用できることが分かった。
- ・スポーツのコートにも数学が使われているのが分かった。他にも数学が使われている物があるのかと興味がわいた。
- ・陸上のトラックを作ったが、他のものもやってみたい。

④ 自己評価

「4…よくあてはまる」、「3…だいたいあてはまる」、「2…あまりあてはまらない」、「1…まったくあてはまらない」の平均値を小数第2位まで算出した。

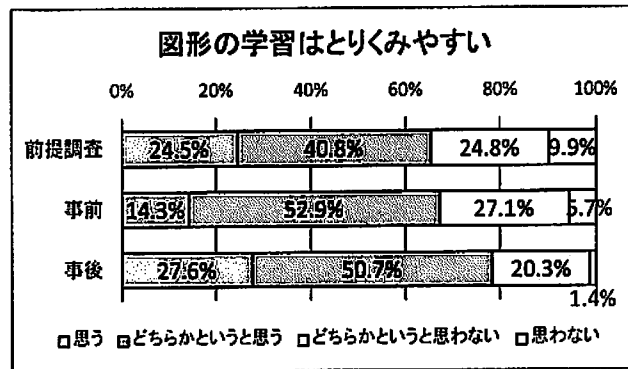
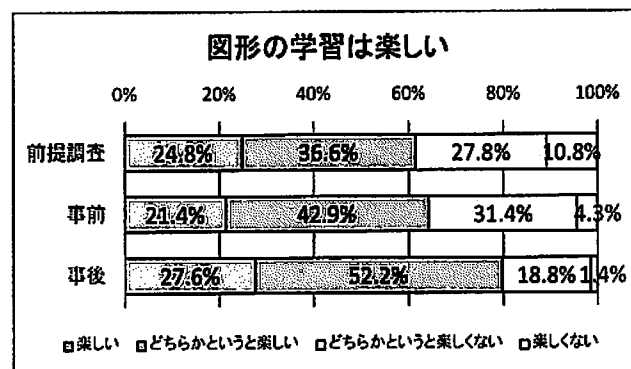
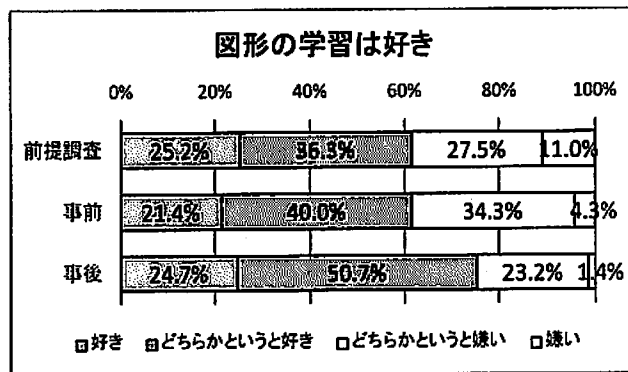
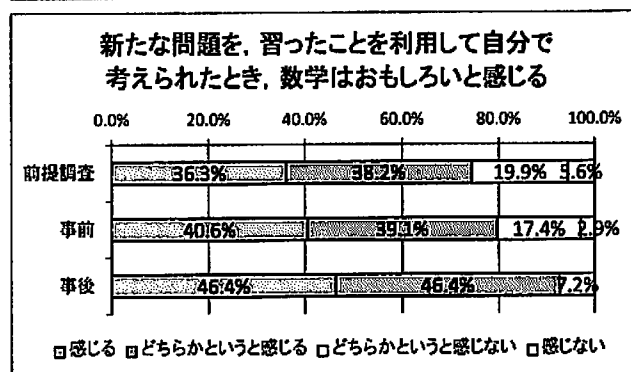
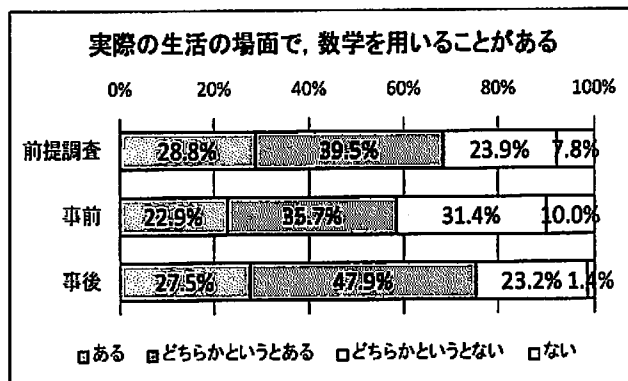
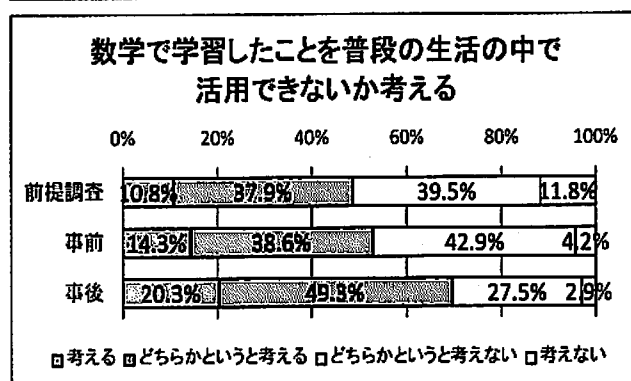
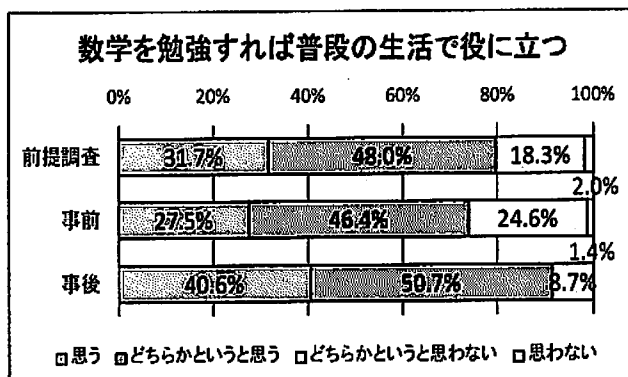
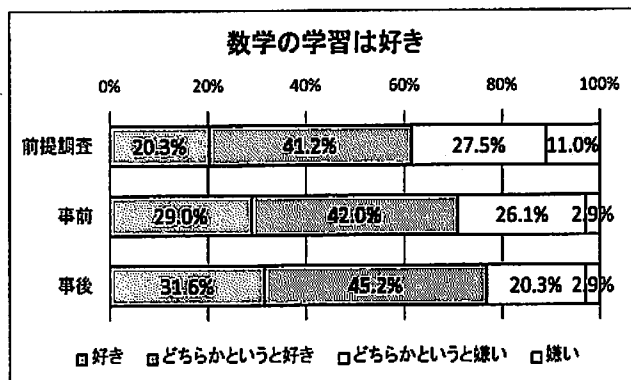
意欲的にとりくめましたか	3.91	模型や写真は問題を解決するうえでヒントになりましたか	
授業中に「なるほど」と思える場面はありましたか	3.62	数学が身近に使われていると感じることができましたか	3.84
「もっと知りたい」と思えることがありましたか	3.67	今までに学習した内容を使って、考えようと思いましたか	3.78

4 前提調査，事前・事後調査の結果の分析と考察

調査対象 勝浦市立勝浦中学校 3年生 71名

(1) 数学の学習に関する意識調査

① 次の質問に対して，どのように思いますか。

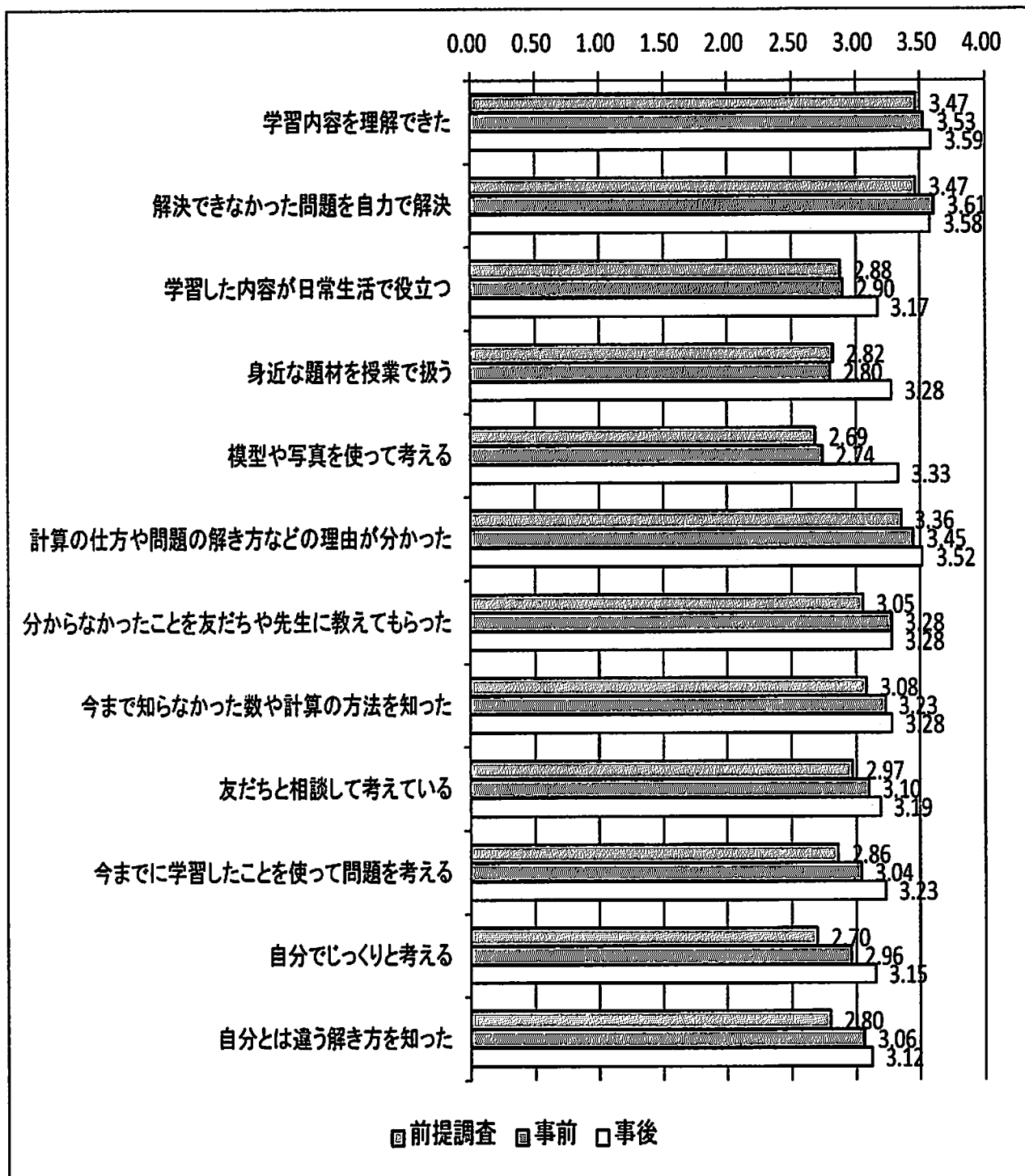


【考察】

前提調査，事前調査と比較すると，事後調査では各項目とも肯定的な回答の数値が上がっている。このことから，数学の学習は楽しいと実感することができたと考える。

② あなたは次のようなとき、楽しいと感じますか。

「4 楽しい」、「3 どちらかという楽しい」、「2 どちらかという楽しくない」、「1 楽しくない」の平均値を小数第2位まで算出した。

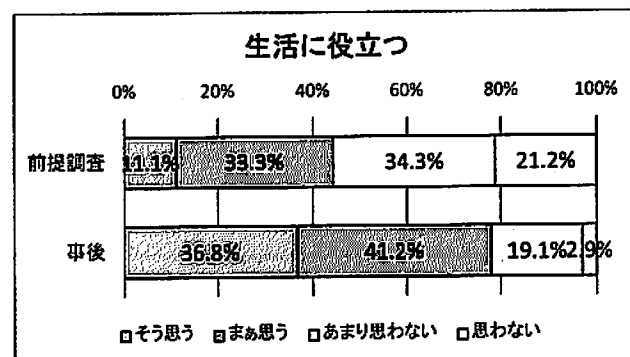
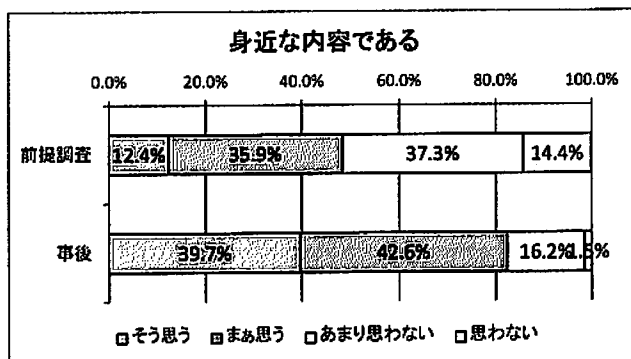
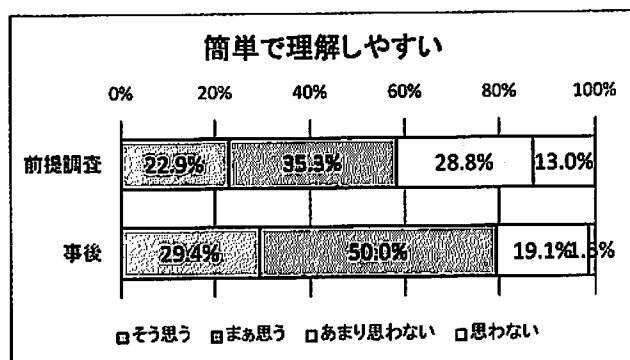
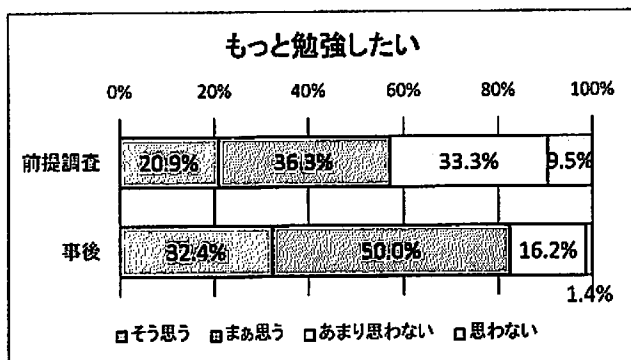


【考察】

「解決できなかった問題を自力で解決」の項目以外はすべて、前提調査、事前調査と比較して数値が上昇している。特に、「模型や写真を使って考える」、「身近な題材を授業で扱う」については数値の上昇が大きく見られる。これは、授業の中で生活に密着したものを題材として扱い、模型や写真等を使い提示の仕方を工夫したことで、より多くの生徒の学ぶ意欲を高めることができるのではないかと考える。

(2)「三平方の定理」の学習に関する意識調査

① 三平方の定理の学習について、あなたどのように感じていますか。



【考察】

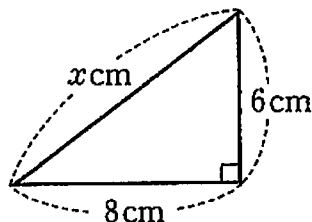
三平方の定理の学習についての意識調査でも、どの項目も前提調査よりも肯定的に捉えている生徒が多い。これは、授業の中で身近な題材を多く取り扱ったため、興味関心を高めたからだと考える。

(3)「三平方の定理」の単元に関する学習調査

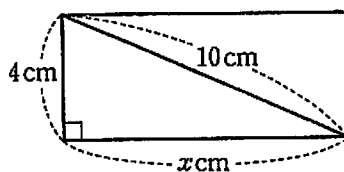
① 観点…三平方の定理を用いて、図形の一辺の長さを求めることができる。

次の図で、 x の値を求めなさい。

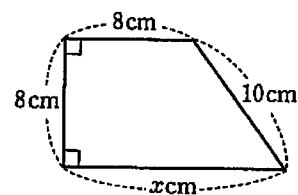
ア



イ



ウ



〔 解答 : $x=10$ 〕

〔 解答 : $x=2\sqrt{2}$ 〕

〔 解答 : $x=14$ 〕

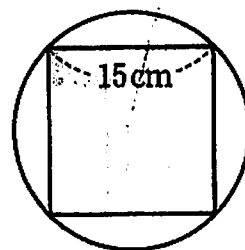
	ア			イ			ウ		
	正答率	誤答率	無答率	正答率	誤答率	無答率	正答率	誤答率	無答率
前提調査	80.4%	14.7%	4.9%	66.3%	25.2%	8.5%	47.4%	32.0%	20.6%
事後	94.4%	5.6%	0.0%	88.7%	9.9%	1.4%	78.6%	15.7%	5.7%

【考察】

ア、イの三平方の定理を用いて直角三角形の斜辺の長さを求める間は、正答率が高い。ウでは、図の中に直角三角形を見つけなければならない問題である。前提調査の結果と比較しても、直角三角形を図の中にイメージできる生徒が多くなったことが分かる。

② 観点…三平方の定理を平面図形に利用できる。

丸太から、右の図のような切り口の1辺が15 cmの正方形になる角材をとりたい。丸太の直径は何 cm 以上あればよいか求めなさい。



[解答： $15\sqrt{2}$ cm 以上]

	正答率	誤答率	無答率
前提調査	46.4%	36.6%	17.0%
事後	71.8%	25.4%	2.8%

【考察】

対角線をひくことで直角二等辺三角形になると気づくことができた生徒が多かったことが分かる。

③ 観点…三平方の定理を平面図形に利用できる。

A (5, 2), B (2, 6) の AB 間の距離を求めなさい。[解答： 5]

	正答率	誤答率	無答率
前提調査	50.9%	20.6%	28.5%
事後	82.9%	7.1%	10.0%

【考察】

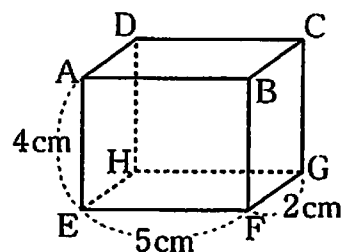
座標軸の中に直角三角形をイメージでき、その斜辺の長さを計算できた生徒が多いことが分かる。

④ 観点…三平方の定理を空間図形に利用できる。

右の直方体について、次の問いに答えなさい。

ア AG の長さを求めるために、三平方の定理を使う
直角三角形を1つ答えなさい。[解答： $\triangle AEG$ 他]

イ AG の長さを求めなさい。[解答： $3\sqrt{5}$]



	ア			イ		
	正答率	誤答率	無答率	正答率	誤答率	無答率
前提調査	64.7%	21.2%	14.1%	52.6%	24.5%	22.9%
事後	81.7%	15.5%	2.8%	82.9%	7.1%	10.0%

【考察】

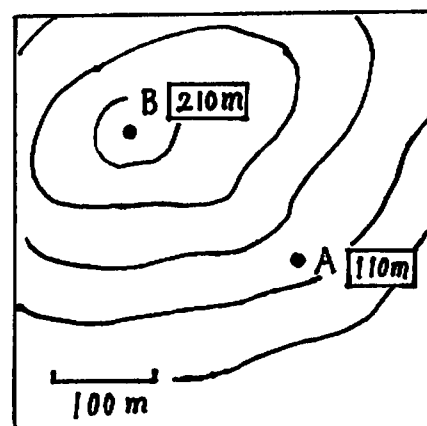
直方体の中に直角三角形をイメージできている生徒が多い。また、対角線の長さを求める方法については、公式を使っている生徒と、三平方の定理を2回使って求めている生徒が見られた。公式を使っている生徒の中には、ただ公式だけを理解し、直角三角形に目を向けられていない生徒もいたため、アよりイの正答率が上昇したものと考ええる。

⑤ 観点…三平方の定理を空間図形に利用できる。

次の地図は、等高線の入った地図である。地図上の2点A、B間に、ロープウェイを作る。このときロープウェイの全長が何mになるか求めなさい。また、□で囲まれた110m、210mは、それぞれの地点の標高を表している。

[解答： $100\sqrt{5}$]

	正答率	誤答率	無答率
前提調査	17.3%	55.9%	26.8%
事後	70.0%	20.1%	9.9%



【考察】

学校の坂の高さを求める学習を行ったため、山の切断面から直角三角形を見つけようとする生徒が多く見られた。しかし、誤答の中には、水平方向の距離をそのままロープウェイの長さとして見ている生徒も見られた。

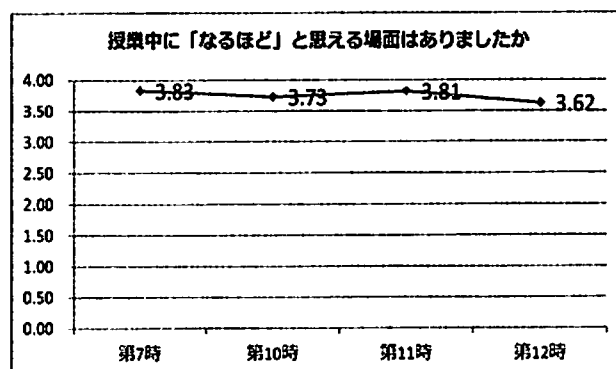
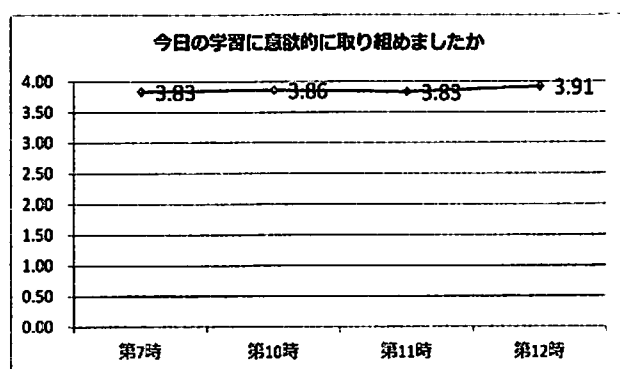
5 自己評価のまとめ

今日の学習を自分で評価し、1から4のいずれかを選びなさい。

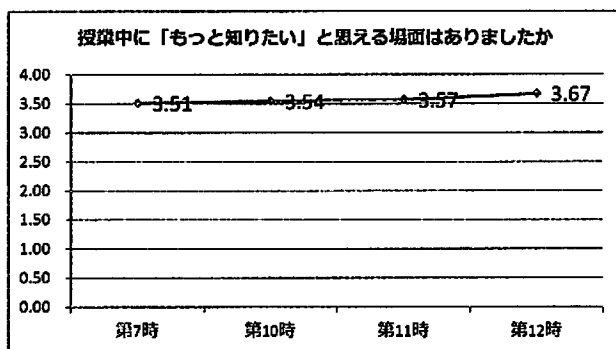
「4…よくあてはまる」、「3…だいたいあてはまる」、「2…あまりあてはまらない」、「1…まったくあてはまらない」の平均値を小数第2位まで算出した。

(1) 主体性に関わる自己評価

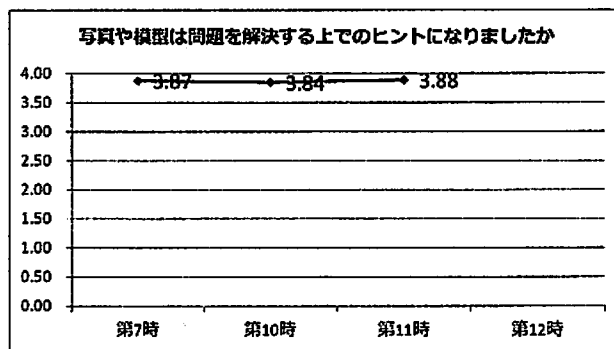
(2) 変容性に関わる自己評価



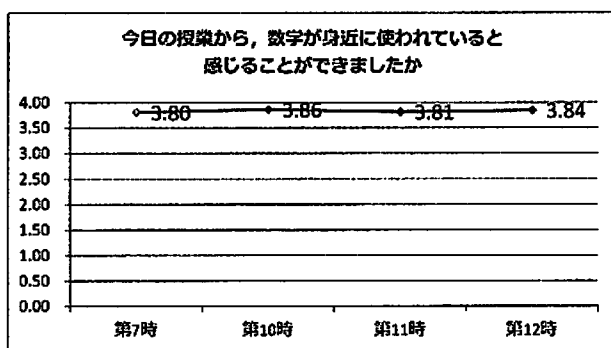
(3) 発展性に関わる自己評価



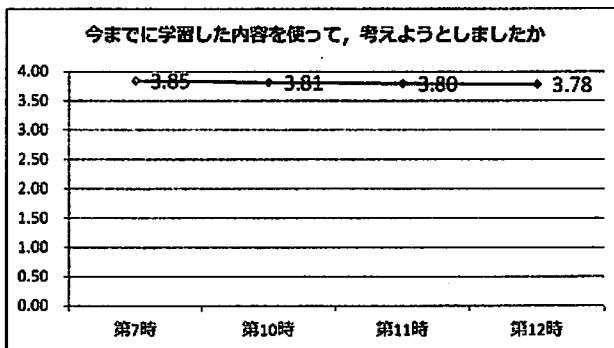
(4) 模型や写真を使うことについての自己評価



(5) 身近に数学が使われていると感じたかの自己評価



(6) 既習内容を使って考えたかの自己評価



【考察】

(1) 主体性について

『今日の学習に意欲的にとりくめましたか』の項目では、第7時から第12時を通して全体的に高い数値を保っている。これは、身近な題材で発展性のあるものを多く取り扱うことで、生徒たちの興味関心を高めたからであると考え。また、模型を操作する活動を通して、生徒たちが具体的なイメージをもって学習にとりくめたものと考え。

(2) 変容性について

『授業中に「なるほど」と思える場面はありましたか』については、第7時と第11時で高い数値を示している。これは、第7時ではマンホールという身近な題材を、模型を用いながら考えることでイメージしやすくなったためと考え。また、第11時は、展開図から模型を作ることで、立体の中にも直角三角形を見つければ三平方の定理が使えると気づいたためであると考え。

(3) 発展性について

『授業中に「もっと知りたい」と思える場面はありましたか』については、第7時から第12時にかけて、少しずつだが数値が上昇している。これは、日常生活の中にある三平方の定理が使われているものを題材にすることで、他にはどんなものがあるのか知りたいという関心をもつことにつながったものと考え。また、それは生徒の授業後の感想からもうかがえる。

(4) ～ (6) について

『写真や模型は問題を解決するうえでのヒントになりましたか』では、写真や模型を扱った3時間すべてで高い数値を示している。このことから、写真を見たり、実際に模型を操作することで、視覚的に訴えることができ、イメージをもつことができたものと考ええる。

『今日の授業から、数学が身近に使われていると感じることができましたか』についても、すべての時間で高い数値を示している。自分たちの生活の中で普段目にしたり、使ったりしているものを題材にし、それを順序立てて提示したことから、そんなところにも数学が使えるんだという発見につながり、数学の有用性を実感することができた。また、他に数学が使われているところはないかと考える生徒も多く見られたことから、発展性につながったものと考ええる。

『今までに学習した内容を使って、考えようとしていましたか』についても同様に、すべての時間において、高い数値を示している。これは、身近なものを題材とし、模型等を操作することでイメージしやすくなり、とりくみやすかったのではないかと考える。