

## 自ら問題を見つけ、自ら考える力の向上を目指して

### ～生徒が主体的・対話的に学び合う授業の工夫～

#### 1 設定理由

私たちは日常生活の中で様々な問題に直面してしまう。そのとき、私たちはその問題を解決するために、何が問題なのかを理解し、自分が持っている知識や過去の経験からその問題を解決する手段を考えようとするのは自然なことではないかと考えられる。ある問題を解決するためにはその問題を理解し、既知をいかして問題解決の手段とするかを考える力が必要である。その知識や経験、考える力を育む根本となるのが小学校、中学校の学習になってくると考えている。このことから、数学の学習では、問題を解けるだけでなく、自分の考えを相手に説明しあい、さらに深めていく活動を行うことが大事であると考えられる。

これらのことを踏まえ、本研究では与えられた課題を解いて終わるのではなく、自ら問題を見つけようとする姿勢や考える力、説明する力を向上させたいと考え、本主題を設定した。

#### 2 研究仮説

生徒にとって身近な題材を選び、自ら問題を見つけ取り組めるように授業展開すれば、生徒が主体的・対話的に学び合い、自ら考える力が向上するであろう。

#### 3 研究内容

生徒が主体的・対話的に学び合う授業の実践と検証を行う。本研究では、生徒が主体的・対話的に学び合う授業を行うために、必要な項目を以下の3つに絞り、研究を進めた。

- ① 生徒にとって身近な題材を用いる。
- ② 自ら課題・問題を見つける。
- ③ 学習したことを価値づける。

#### 4 結論

生徒にとって身近な題材や数学と関わりがなさそうな題材を用いることで、数学的に考えていく見方が身に付き、数学を使おうとする態度の育成につながった。また、自分で問題を作ることや「なぜ？」という発問を大事にすることで、疑問に思ったことについて考える力や探求する力の育成につながった。

千葉市教職員組合

千葉市立磯辺中学校

湯田 智貴

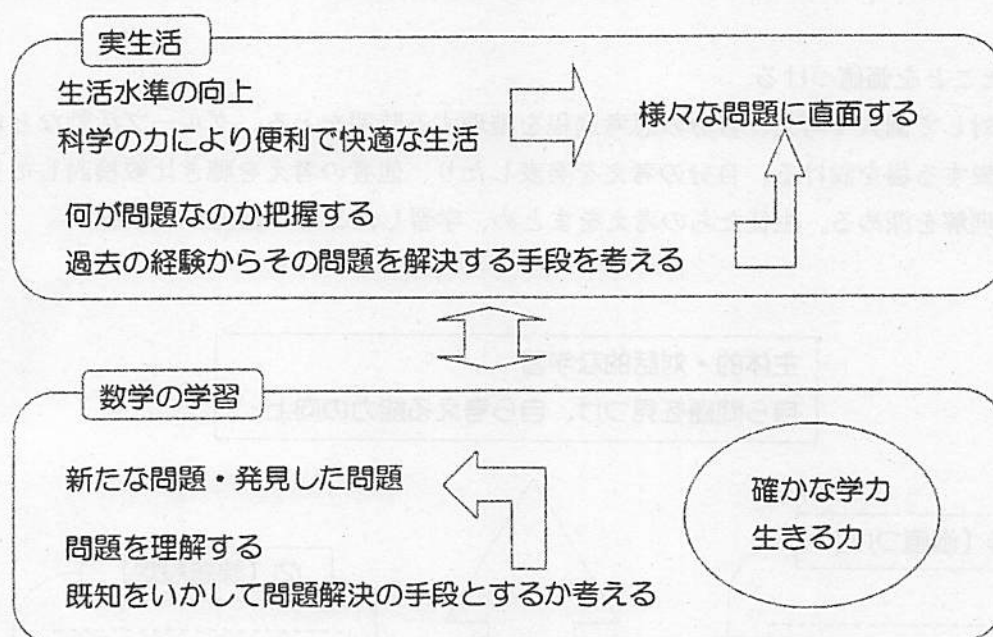
千葉市立高洲第一中学校

八木 智也

自ら問題を見つけ、自ら考える力の向上を目指して  
～生徒が主体的・対話的に学び合う授業の工夫～

## 1 主題設定の理由

現在、私たちは高度に成長した文明の中に生きている。日々生活の水準は向上しており、科学の力により便利で快適な生活をするようになってきている。しかしそれでもなお、私たちは日常生活の中で様々な問題に直面してしまう。そのとき、私たちはその問題を解決するために、何が問題なのかを理解し、自分が持っている知識や過去の経験からその問題を解決する手段を考えようとするのは自然なことではないかと考えられる。ある問題を解決するためにはその問題を理解し、既知をいかして問題解決の手段とするかを考える力が必要である。その知識や経験、考える力を育む根本となるのが小学校、中学校の学習になってくると考えている。



また、「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）」によれば、2030年とその先の社会の在り方を見据えながら、学校教育を通じて子供たちに育てたい姿として、「対話や議論を通じて、自分の考えを根拠とともに伝えるとき、他者の考えを理解し、自分の考えを広げ深めたり、集団としての考えを発展させたり、他者への思いやりを持って多様な人々と協働したりしていくことができること」とある。つまり、ただ問題を解けるだけでなく、自分の考えを相手に説明しあい、それぞれの考え方を納得してもらう活動を行うことが大事であると考えられる。

これらのことを踏まえ、本研究では与えられた課題を解いて終わるのではなく、自ら問題を見つけようとする姿勢や考える力、説明する力を向上させたいと考え、本主題を設定した。

## 2 研究仮説

生徒にとって身近な題材を選び、自ら問題を見つけ取り組めるように授業展開すれば、生徒が主体的・対話的に学び合い、自ら考える力が向上するであろう。

### 3 研究内容

生徒が主体的・対話的に学び合う授業の実践と検証を行う。本研究では、生徒が主体的・対話的に学び合う授業を行うために、必要な項目を以下の3つに絞り、研究を進めることにした。

#### ① 生徒にとって身近な題材を用いる。

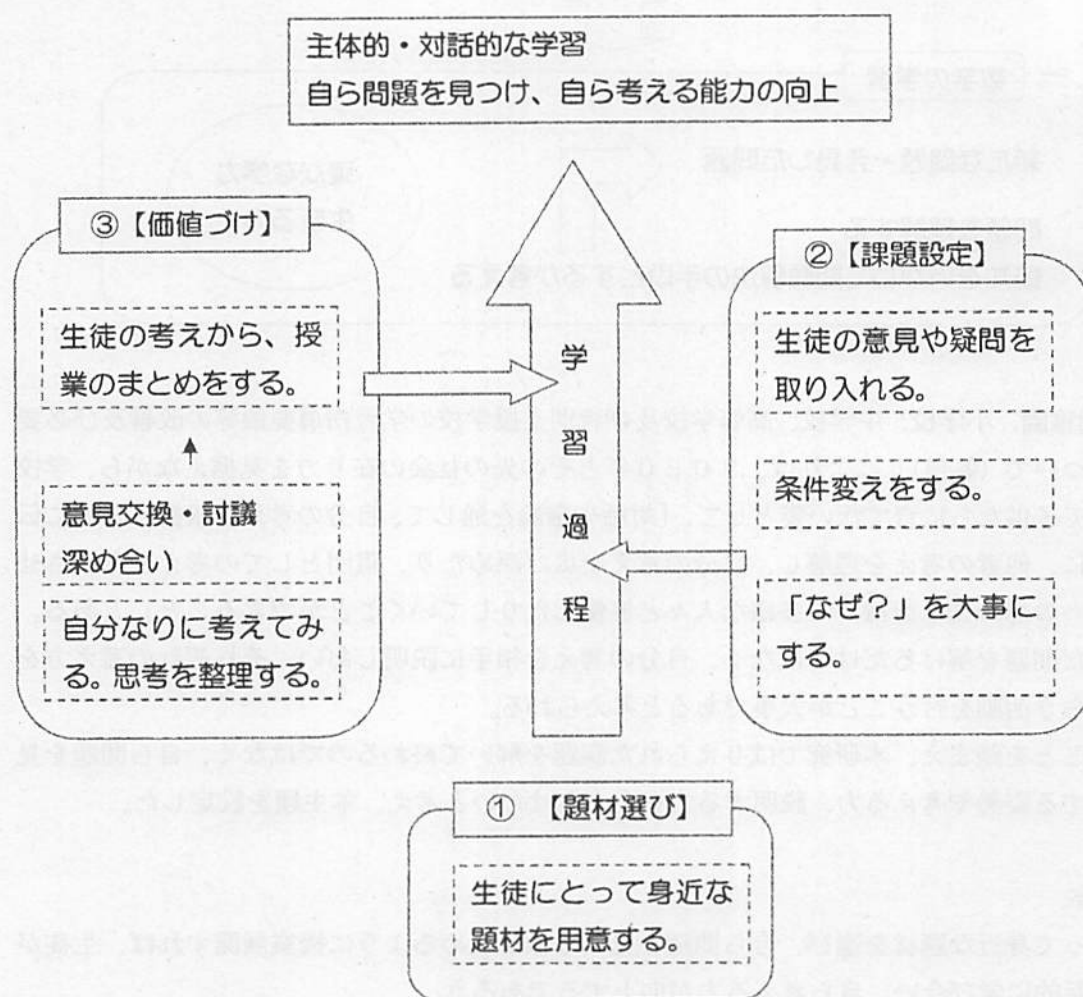
→生徒にとって身近な題材を用いることで、考えることに興味や関心を持って取り組むことができる。

#### ② 自ら課題・問題を見つける。

→教師の投げかけや生徒の発言や疑問、基本となる問題の条件替えをすることで、問題を構成していく。学習問題は活動だけになりがちな、働きかけ型「～しよう」ではなく、問題の発見と把握、問題解決、学習のまとめつながる問いかけ型「～だろうか」となるようにする。

#### ③ 学習したことを価値づける。

→問題に対して個人で考え、自分の思考過程を整理する時間をとる。グループ活動など自分の考えを発表する場を設ける。自分の考えを発表したり、他者の考えを聴き比較検討したりすることで、理解を深める。生徒たちの考えをまとめ、学習したことに価値をつける。



#### 4 実践例1

##### (1) 授業の流れ・構成

##### ・単元 一次関数（一次関数の利用）

##### ① 題材 「うさぎとかめ」

【導入】イソップ物語「うさぎとかめ」の絵本を読む。

うさぎとかめの競走の様子をグラフで考えてみる。



「うさぎとかめ」の物語の続きを読む。

うさぎはかめに負けたという理由で村を追いだされる。かめは何でもできると勘違いし、空を飛ぼうと試みて甲羅が割れる。



みんなが幸せになるためにはどうしたらよいだろうか...



##### ② 自ら問題を見つける。

「うさぎとかめ」の物語を引き分けにするためにはどうしたらよいだろうか。

(距離や速さなどの設定を行う)

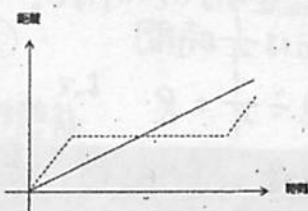


##### ③ 価値づけ

個人追及やグループで討議・検討を行う。グループの意見をホワイトボードにまとめさせ、授業のまとめを行い、学習内容に価値をつける。

##### (2) 生徒の活動の様子

##### (ア) 物語をグラフで考えている様子



うさぎが点線でかめが実線だと思ふ。  
点線は途中で距離の方に進まず時間の方だけに線が伸びているからうさぎが居眠りしている間のように考えられる。  
かめは休まずまっすぐに進んでいるから実線だと考えられる。

点線がうさぎの行動を表している。  
理由は、かめは「あかを止めず」とあるが、うさぎは「途中で一休み」  
つちで「うさぎは眠り始め」とあるので、途中で距離が進んでいないところがある。  
・動いている線が急  
・遅さ線が急  
・遅さ線が急

点線  
途中で距離が進まなくなっている物語でうさぎは  
途中で寝てしまったので点線がうさぎだとい  
ふから  
点線の方が急で遅さ線なので点線がうさぎ  
だといふから  
かめは歩み線を上げていないので直線

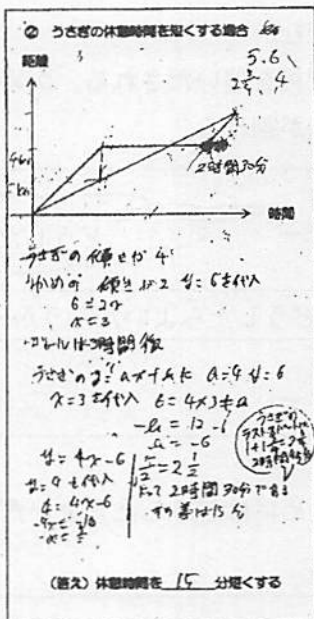
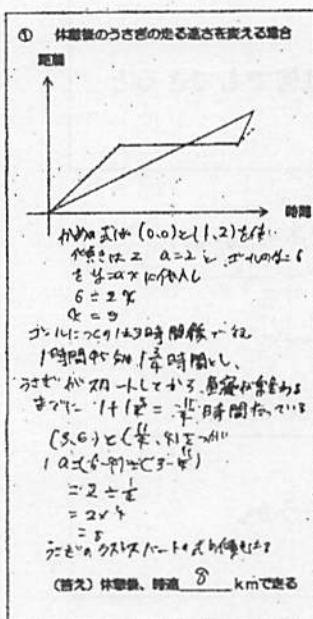
グラフの形状や傾きなどから、判断する生徒が多くられた。数学とは関係なさそうな題材だが、生徒の中でグラフを用いて考えることで、物語と数学とを結びつけることができた。

(イ) うさぎとかめが引き分けになるように考えている様子

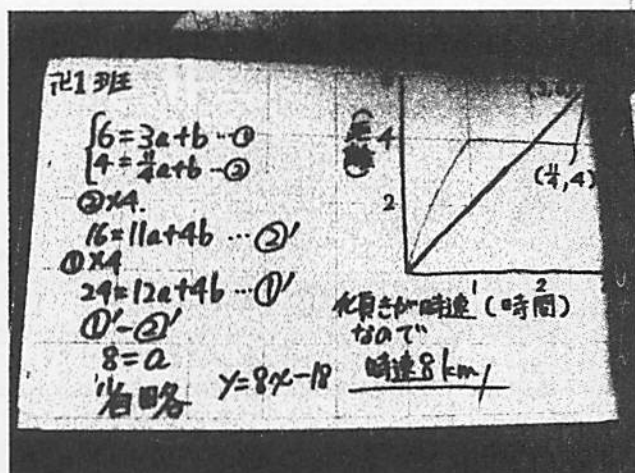
うさぎとかめが引き分けるための手段として、生徒たちからは以下のような考えがでた。

- ・スタート時間をずらす。
- ・距離を長くする。
- ・走る速さを変える。
- ・休憩時間を短くする。

今回はその中で、「うさぎの走る速さを変える」「うさぎの休憩時間を短くする」の2つについて考えた。



3. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827. 828. 829. 830. 831. 832. 833. 834. 835. 836. 837. 838. 839. 840. 84



かめの速さは、1時間の2kmであるから、時速2km。換上までは6kmなので3時間がかる。

うさぎは、1時間後の4km地点で1時間45分寝ているが、同時にゴールするためには、15分間で2km走らないといけない。

15分は $\frac{1}{4}$ 時間

2班

$2 \div \frac{1}{4} = 8$  以下 休憩後 時速8kmで走る

一次関数の考え方は、一人では難しい生徒も多く、グループ活動で教え合う姿が見られた。一次関数以外の考え方も見られ、問題を解決するために前向きに取り組むことができていた。ここでは、一次関数（数学）で考えることが、解決の1つの手段となることをまとめにつなげた。

## 5 実践例2

### (1) 授業の流れ

- ・ 単元 式の展開と因数分解 (式の計算の利用)

#### ① 題材 「カレンダー」

カレンダーの秘密を解明するにはどうしたらよいだろうか。

基本となる問題設定をする。

2×2で囲まれたカレンダーの数字の秘密を探ろう。

4隅の数の積の差について

他の場合はどうなるんだろう？

不思議だな・・・

#### ② 自ら問題を見つける。

基本となる問題の条件変えをする。

- ・ 囲む大きさを変える
- ・ 囲む四角形を変える
- ・ カレンダーを変える

#### ③ 価値づけ

自ら見つけた問題、結論をグループで検討する。全体で分かったこと、気付いたことを共有することで授業のまとめを行い、学習内容に価値をつける。

### (2) 生徒の活動の様子

#### (ア) 週7日のカレンダーを自分で考えた四角形で考えた様子

カレンダーを3×3の形で囲んだ場合  
☆囲み方と4隅の数の文字式

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

カレンダーを3×3の形で囲んだ場合  
☆囲み方と4隅の数の文字式

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

4隅の数の積の差はどうなる？  
小さい数から整えて表すと  
 $x, x+1, x+14, x+15$ と表す  
斜めの数の積の差は  
 $(x+1)(x+14) - x(x+15)$   
 $= x^2 + 15x + 14 - x^2 - 15x$   
 $= 14$   
よって4隅の数の積の差は14になる。

4隅の数の積の差はどうなる？  
小さい数から整えて表すと  
 $x, x+2, x+7, x+9$ と表す  
斜めの数の積の差は  
 $(x+2)(x+9) - x(x+7)$   
 $= x^2 + 11x + 18 - x^2 - 7x$   
 $= 4x + 18$

2×2で囲まれたカレンダーのときに、全員で考え方を確認していたので、自分で図形や大きさを変えて意欲的に取り組む姿が見られた。

(イ) 週7日のカレンダーについてグループで考えた様子

一人ひとりが自分で考えたことをグループで発表させ、グループごとに1枚にまとめさせた。他の人の考えたことを聞くことで、さらに追求して考える姿が見られた。

(i) それぞれの四角形での規則性に注目してまとめたグループ

2×3の長方形の場合  
 $(n+2)(n+7) - n(n+9) = 14$   
 (one week!)

3×3の正方形の場合  
 $(n+2)(n+4) - n(n+6) = 28$   
 (two week!)

5×7の長方形の場合  
 $n(n+34) - (n+6)(n+28) = 168$   
 ETC...  
 ⇒ すべて7の倍数!!

カレンダーをひし形で囲んだ場合  
 上の図のように囲む。(斜い線跡)  
 すると  $(n+1)(n-1) - (n+1)(n-1)$   
 $= (n^2-1) - (n^2-49)$   
 $= 48$   
 次に太い斜線を囲む。  
 $(n+1)(n-1) - (n+1)(n-1)$   
 $= (n^2-1) - (n^2-149)$   
 $= 148$   
 48と148は3の倍数。

2×2の場合... 4隅の積の差は7  
 3×2の場合... 14  
 3×3の場合... 28  
 3×4の場合... 42  
 縦の長さをm, 横の長さをnとすると  
 4隅の積の差は  $7(m-1)(n-1)$  と表せる

正方形、長方形、ひし形など、それぞれ同じ図形で大きさが違う場合に注目して、規則性を見出した。また、公式を作り出すグループも見られた。

(ii) 4隅の数の積の差が一定になる場合の式や仕組みについてまとめたグループ

平行四辺形  
  
 左上をxとおく  
 $(x+2)(x+3) - x(x+15) = x^2+15x+26 - x^2-15x = 26$   
 xが消え文字式がなくなる  
 右上と左下の文字でない部分の積が同じ  
 左上と右下の文字でない部分は右下の文字でない部分の数と同じ。

長方形  
  
 左上をxとおく  
 $(x+3)(x+14) - x(x+17) = x^2+17x+42 - x^2-17x = 42$

4隅の積の差が一定になる場合の共通点を探して、なぜ一定になるのかを考えていた。文字が消えることなどを発見していた。

(iii) 差が一定にならない場合についてまとめたグループ

台形を囲んだ場合

$$\begin{aligned} & x(x+17) - (x+2)(x+13) \\ &= x^2 + 17x - x^2 - 15x - 26 \\ &= 2x - 26 \\ &= 2(x-13) \end{aligned}$$

文字が残るため、差が一定ではない。

① 上底2×下底4の台形を囲む

左上  $x$ , 右上  $x+1$   
 左下  $x+13$ , 右下  $x+16$

$$\begin{aligned} \text{積の差} &= (x+1)(x+13) - x(x+16) \\ &= x^2 + 14x + 13 - x^2 - 16x \\ &= -2x + 13 \end{aligned}$$

証明するうえで大切なこと

- 一定にならない。  
 $\rightarrow x$  の値によってかわる
- $x$  の値によって、正になるときと負になるときがある。
- 積の部分の数字の和が同じにならないから。  
 $e.g.) (x+a)(x+b) - x(x+c)$   
 $n$  の場合  
 $(a+b)x \neq cx$   
 $\rightarrow$  かわる

等脚台形で考えた場合、計算結果に文字が残り、囲む場所によって差が変わることに気付いた。また、数字の項の和が同じにならない場合に一定にならないことを話し合いの中で見出していた。

(ウ) 週○日のカレンダーを自分で考えた四角形で考えた様子

週○日のカレンダーを自分で考えた場合  
 ☆西向きと4隅の数の文字式(週○日)

3×3の正方形として、左上を  $n$  とすると、  
 右下は  $n+8$ 、右上は  $n+2$ 、左下は  $n+6$  になる。4隅の数の積の差は

$$\begin{aligned} & (n-2)(n+8) - n(n+6) \\ &= n^2 + 6n + 16 - n^2 - 6n \\ &= 16 \end{aligned}$$

2×3の長方形の場合、  
 $(n+2)(n+4) - n(n+6)$   
 $= n^2 + 6n + 8 - n^2 - 6n$   
 $= 8$

4隅の数の積の差はどうなる?

正方形の時は、16  
 長方形の時は、8  
 よって、4隅の数の積の差は  
 4の倍数になる

1週間の日数を変えて考えた。自分で考える部分がより多くなったが、図などを用いて考えていた。また、自らいくつかの場合で考え、規則性などについて見つける生徒も多く見られた。

(エ) 週○日のカレンダーをグループで考えた様子

$$\begin{aligned} & (x+5)(x-5) - (x+1)(x-1) \\ &= x^2 - 25 - x^2 + 1 = -24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (x+7)(x-7) - (x+1)(x-1) \\ &= x^2 - 49 - x^2 + 1 = -48 \end{aligned}$$

前回の結果に比べて、やはり4の倍数

週5日のカレンダー

2×3のとき... 4隅の積の差は10  
 2×4のとき... 15  
 3×3のとき... 20  
 3×4のとき... 30

縦を  $m$  横を  $n$  とすると  $5(m-1)(n-1)$   
 週7日のときは  $7(m-1)(n-1)$  なの?  
 4隅の積の差は1週間の日数の倍数になる!  
 2班

図形によって1週間の日数を変えても同じ数の倍数になることや、週の倍数になるのではないかと考えたグループが見られた。

(オ) 週の数になることを解明しようとした生徒

$$\begin{aligned}
 (n+x-1)(n+7x-7) &= x^2 + 7nx - 7n - nx + 7x^2 - 7x - n + 7x - 7 \\
 &= n^2 + 8nx - 8n - 7x^2 - 14x + 7 \\
 n(n-8x-8) &= n^2 + 8nx - 8n \\
 (n^2 + 8nx - 8n - 7x^2 - 14x + 7) - (n^2 + 8nx - 8n) &= -7x^2 - 14x + 7 \\
 &= -7(x^2 + 2x - 1) \\
 &= -7(x-1)^2
 \end{aligned}$$

2日 3x3

$$\begin{aligned}
 &\{x(x+2)(x+2a)(x+2a+2)\} - x(x+2a+2) \\
 &= (x^2 + 2x + 2a)(x^2 + 2a + 2) - (x^2 + 2a + 2x) \\
 &= 4a
 \end{aligned}$$

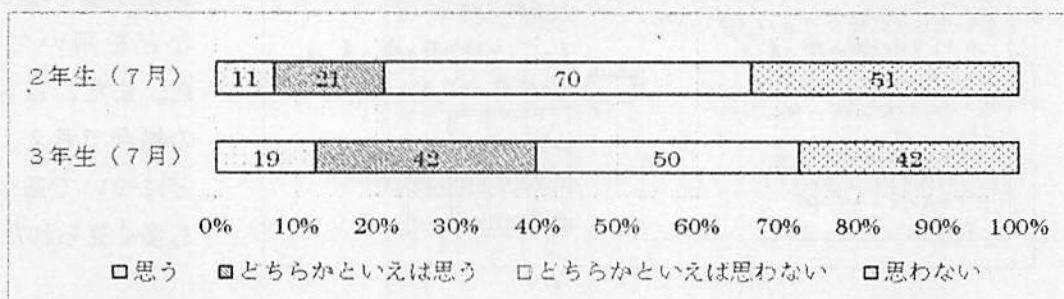
週  $a$  日の場合で考える生徒も見られた。どうして週  $a$  日で考えたか生徒に聞くと、週の数になることが本当かどうか確かめたくてやってみたと話してくれた。

## 5 成果と課題

### (1) アンケート結果の分析

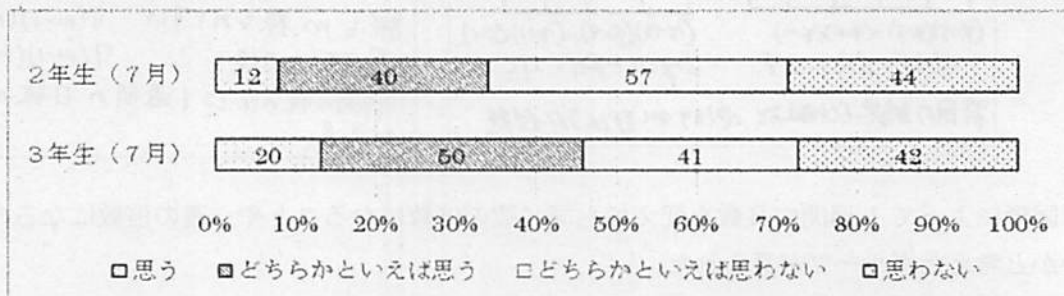
2年次（7月）3年次（7月）のアンケート結果をもとに、分析していく。

(ア) 数学の授業で自分の考えを発表することができましたか。



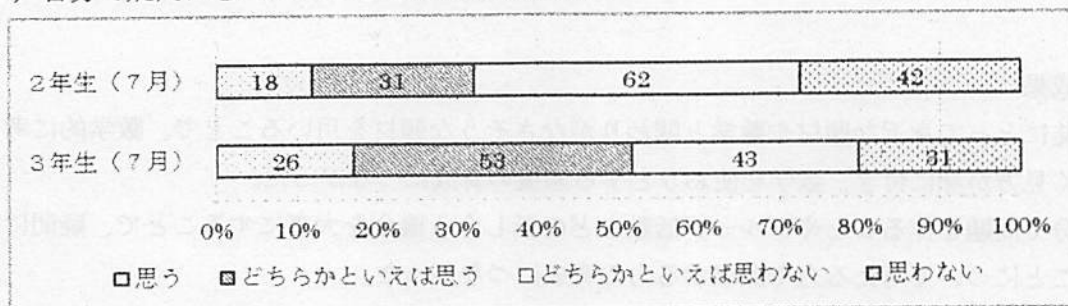
2年次に比べ、肯定的な回答が増加した。これは、一斉授業ではなかなか発表することができなかった生徒が、グループ活動で自分の考えを伝えあう時間を確保することができたためであると考えられる。また、グループの考えを代表して発表する生徒の中には、普段なかなか発表することができない生徒も見られた。

(イ) 数学は、日常の問題に対して考える手段の1つとして使ってみたいか。



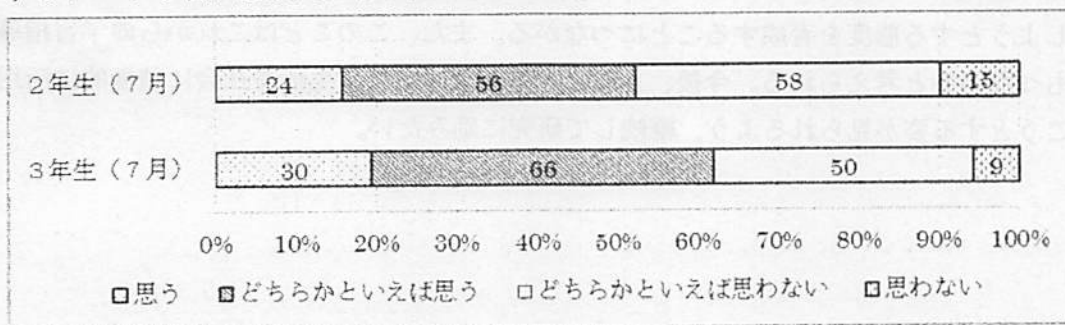
2年次に比べ、肯定的な回答が少しではあるが増加した。これは、普段数学と結び着かない題材を用いたことで、数学的に考えていく見方が身についてきていると考える。

(ウ) 自分で疑問に思ったことを考えたりしますか。



2年次に比べ、肯定的な回答が増加した。今回の実践例以外の普段の授業でも「なぜ？」という発問を大事にし、説明させる場面を意識してきた。また、条件変えなどを行い自ら問題を作成し考えてきたことがこの結果につながっていると考え。

(エ) グループ学習に意欲的に取り組みましたか。



2年次に比べ、肯定的な回答が増加した。グループ活動で一人ひとりの考えが、問題解決につながり、達成感を感じている生徒が多く見られた。

(オ) 授業後の生徒の記述

(うさぎとかめ)

- ・物語を数学で考えることが楽しかった。
- ・一人ではできなかったが、友だちの考えを聞いてわかった。
- ・こんな風に考えることができることに驚いた。
- ・一次関数を用いなくても解ける。

(カレンダー)

- ・自分の考え以外にも、みんなの様々な考えが聞くことができ参考になった。
- ・4隅の差以外、他の形についても考えてみたい。
- ・カレンダーだけでたくさんの問題が作れて、楽しかった。またやってみたい。
- ・みんなで考えて公式を作れたのは嬉しかった。
- ・身近なカレンダーだが気を向けたことがなかった。今までと違った見方ができて面白かった。

生徒の記述から、新たに問題を見つけようとする姿勢が感じられる。また、自ら問題を見つけ、その問題に対して一人ひとりが考え、みんなと話し合いを通して深めていく力が身につけてきているとも考えられる。

## (2) 成果

- ・生徒にとって身近な題材や数学と関わりがなさそうな題材を用いることで、数学的に考えていく見方が身に付き、数学を使おうとする態度の育成につながった。
- ・自分で問題を作ることやグループ活動などの話し合う機会を大事にすることで、疑問に思ったことについて考える力や探求する力の育成につながった。

## (3) 今後の課題

- ・生徒の自ら考える能力が高まりの評価については、研究・検証がまだまだ不十分である。今後も、具体的な生徒の表れと照らしながら、さらに深める必要がある。
- ・生徒が主体的・対話的に学び合う数学の学習に取り組むことは、数学を日常生活や社会に活用しようとする態度を育成することにつながる。また、このことはこれからの学習指導要領にもつながると考えられる。今後、さらに生徒が数学を日常生活や社会に積極的に活用していこうとする姿が見られるよう、継続して研究に励みたい。

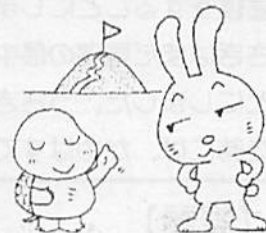
## 《参考文献》

- ・「中学校学習指導要領解説 数学編」 文部科学省
- ・「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）」 文部科学省 HP

# 資料

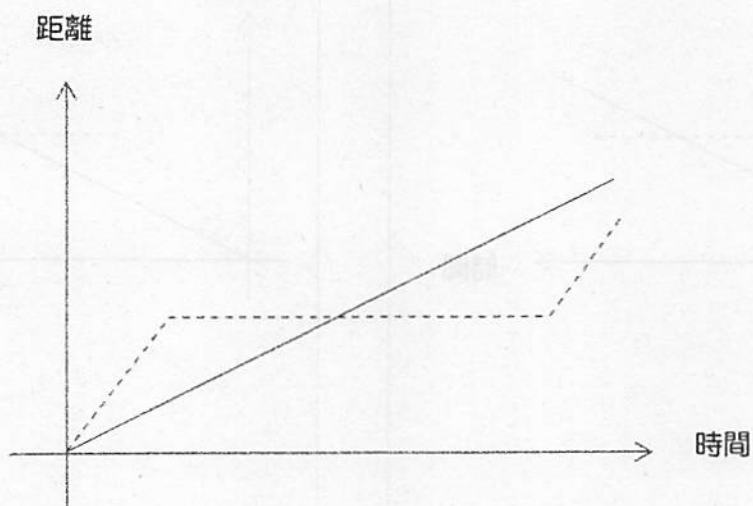
### 一次関数の利用（うさぎとかめの物語①）

むかしむかしあるところに、うさぎとかめがいました。うさぎに歩くのが遅いことをバカにされて笑われたかめは、どちらが山のとっぺんまで早く辿り着けるかうさぎに勝負を挑みました。「よーいどん!」の合図でうさぎが飛び出すと、予想通りうさぎはどんどん先へ進み、あっという間にかめとの距離を広げました。かめがあまりに遅いので、うさぎは途中で一休みのつもりでとうとう眠り始めました。しばらくして目を覚ましてもかめの姿が見えないので、うさぎはゴールを目指して走り出しました。すると山のとっぺんで先にゴールしていたかめが大喜びしていたのです。かめは、うさぎが居眠りしている間にも歩みを止めずに着実に進んでいたのです。



「うさぎとかめ」を数学的に考えてみよう!!!

下のグラフの実線と点線のうち、どちらがうさぎの行動を表していますか。また、理由も明確にしましょう。



一次関数の利用（うさぎとかめの物語②）

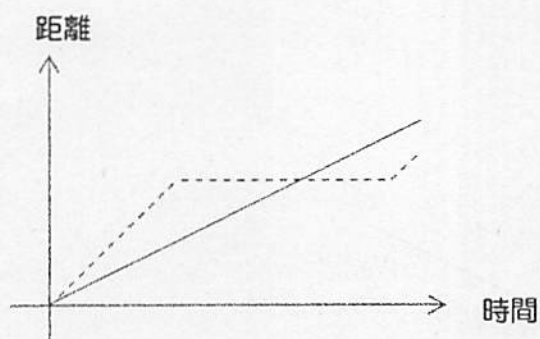
うさぎとかめは、山のふもとから頂上まで6 kmある1本道をコースにして競争することになりました。2匹は同時に出発しましたが、1時間後、うさぎはスタート地点から4 km、かめはスタート地点から2 kmのところにはいました。うさぎはこの地点でしばらく昼寝をすることにしました。かめがスタート地点から4 kmに来たとき、うさぎはまだ昼寝の最中でしたが、かめはそのまま休まずゴールまで走ることになりました。うさぎは昼寝を1時間45分してしまい、うさぎがゴールした時には、かめはすでにゴールしていました。



【課題】

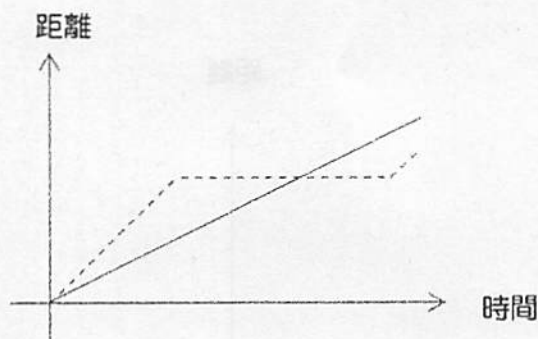
うさぎがかめに負けないためには、うさぎはどのように行動すればよかったのでしょうか。

① 休憩後のうさぎの走る速さを変える場合



（答え）休憩後、時速\_\_\_\_\_ kmで走る

② うさぎの休憩時間を短くする場合



（答え）休憩時間を\_\_\_\_\_分短くする

## うさぎとかめの物語①

点線

うさぎは途中で眠っていたから、距離が進んでいない時間があるから。  
また、カメはうさぎが居眠りしている間もあぐのを止めずに着実に進んでいるから、直線のグラフに描けた。

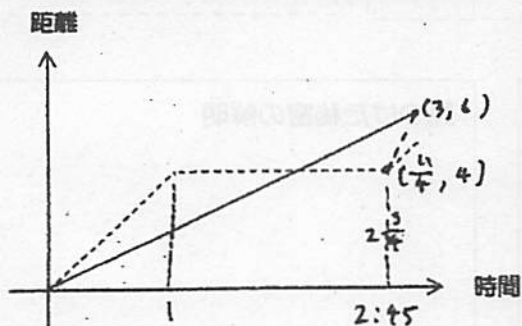
実線...カメさん 点線...うさぎさん

カメは、一度もとまらずにあるきつづけたので直線。

うさぎは、お昼寝したからさよりはそのままで、時間だけたつので線が直線にならない。

## うさぎとかめの物語②

### ① 休憩後のうさぎの走る速さを変える場合



2時間45分 =  $\frac{3}{4}$  時

$$\begin{cases} 6 = 3a + b \\ 4 = \frac{1}{4}a + b \end{cases} \rightarrow y = 8x - 18$$

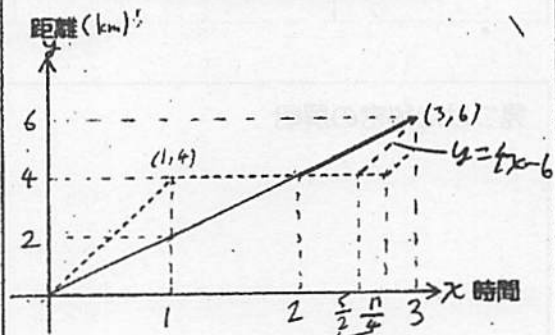
$$2 = \frac{1}{4}a$$

$$a = 8, b = -18 \quad \text{よって } 8 \text{ km/h}$$

↑  
(3,6)と(1/4,4)の式

(答え) 休憩後、時速 8 kmで走る

### ② うさぎの休憩時間を短くする場合



うさぎのグラフの傾きが(0,0)と(1,4)を使うと、4になる。

カメは、(0,0)と(1,2)を使う。

$y = 2x$  にたてり、 $y = 6$  を代入すると  $x = 3$

にたてり、ゴールした時間は3時間になる。

うさぎのラストスパートの式は  $a = 4$  と  $y = -6$

$x = 3$  を使い、 $6 = 4 \times 3 + b$  で  $b = -6$

$y = 4x - 6$  に  $y = 4$  を代入すると  $4 = 4x - 6$

$x = 2.5$ 。ラストスパートの始まりは

(答え) 休憩時間を 15 分短くする

# カレンダーの秘密を探ろう！！①

3年 組 番 名前

## 【課題】

カレンダーを2×2の正方形で囲んだ場合の秘密を探ろう！！

6 June

2017

| SUN | MON | TUE | WED | THU | FRI | SAT |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|     |     |     |     | 1   | 2   | 3   |
| 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
| 11  | 12  | 13  | 14  | 15  | 16  | 17  |
| 18  | 19  | 20  | 21  | 22  | 23  | 24  |
| 25  | 26  | 27  | 28  | 29  | 30  |     |

見つけた秘密

見つけた秘密の解明

見つけた秘密の解明

## カレンダーの秘密を探ろう！！②

### 【課題】

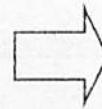
カレンダーを  で囲んだ場合の 4 隅の数の積の差は  
 なるだろうか。

20XX

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

カレンダーを  で囲んだ場合  
 ☆囲み方と4隅の数の文字式

4隅の数の積の差はどうか？



カレンダーを  で囲んだ場合  
 ☆囲み方と4隅の数の文字式

4隅の数の積の差はどうか？



(証明することでわかること)

(気付いたこと、わかったこと)

## カレンダーの秘密を探ろう！！③

### 【課題】

週〇日のカレンダーの4隅の数の積の差は一定になるだろうか。

週〇日のカレンダーを\_\_\_\_\_で囲んだ場合  
☆囲み方と4隅の数の文字式（週 日）

4隅の数の積の差はどうなる？



気付いたこと・わかったこと

Point

# カレンダーの秘密を探ろう①

6 June 2017

右側 7+8

|    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|
|    |    |    |    |    |    |
| 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |

四つに囲まれた  
上の数+7+下の数  
の和の差は2  
の積の差は14  
の和の差が等しい。  
の積の差が4の倍数  
の和の差が2

四つに囲まれた数の和  
4つの数を  $x, x+1, x+7, x+8$   
と表す。  
 $x + (x+1) + (x+7) + (x+8)$   
 $= 4x + 16$   
 $= 4(x+4)$   
 $x$  は整数なので、  
 $4(x+4)$  は4の倍数である。  
よって、4つの数の和は  
4の倍数であるといえる。

<Q.E.D>

四つに囲まれた数の積  
4つの数を  $x, x+1, x+7, x+8$   
と表す。  
12の積の数は  
 $(x+1)(x+7) - x(x+8)$   
 $= x^2 + 8x + 7 - x^2 - 8x$   
 $= 7$   
よって、12の積の差は  
7であるといえる。

<Q.E.D>

6 June 2017

右側 7+8

|    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|
|    |    |    |    |    |    |
| 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |

四つに囲まれた  
4つの数の和が  
4の倍数  
4つの数を  $x, x+1, x+7, x+8$   
と表す。  
4つの数の和は  
 $x + (x+1) + (x+7) + (x+8)$   
 $= 4x + 16$   
 $= 4(x+4)$   
 $x$  は整数だから  $4(x+4)$  は  
4の倍数である。  
よって、4つの数の和は4の倍数  
になる。

文字を使えば、秘密を解明する

四つに囲まれた数の積  
4つの数を  $x, x+1, x+7, x+8$   
と表す。  
 $x(x+1) + (x+7)(x+8)$   
 $= 4x + 16$   
 $= 4(x+4)$   
 $x$  は整数だから  $4(x+4)$  は  
4の倍数である。  
よって、4つの数の和は4の倍数  
になる。

文字を使えば、秘密を解明する

四つに囲まれた数の和  
4つの数を  $x, x+1, x+7, x+8$   
と表す。  
4つの数の和は  
 $x + (x+1) + (x+7) + (x+8)$   
 $= 4x + 16$   
 $= 4(x+4)$   
 $x$  は整数だから  $4(x+4)$  は  
4の倍数である。  
よって、4つの数の和は4の倍数  
になる。

文字を使えば、秘密を解明する

# カレンダーの秘密を探ろう②

カレンダーを3x3で囲んだ場合

★囲み方と4隅の数の文字式

左上の数から  
 $x, x+2, x+14, x+16$   
 $(x+2)(x+14) - x(x+16)$   
 $= (x^2 + 16x + 28) - x^2 - 16x$   
 $= 28$

4隅の数の積の差はどうなる?

よって、3x3をして  
4隅の数の積の差は  
28になる。

カレンダーを2x3で囲んだ場合

★囲み方と4隅の数の文字式

左上を  $x$ , 右上を  $x+1$ ,  
左下を  $x+14$ , 右下を  $x+15$   
 $(x+1)(x+14) - x(x+15)$   
 $= (x^2 + 15x + 14) - x^2 - 15x$   
 $= 14$

4隅の数の積の差はどうなる?

よって、2x3をして  
4隅の数の積の差は  
14になる。

カレンダーを3x3で囲んだ場合

★囲み方と4隅の数の文字式

4隅の数を  $x, x+2, x+14, x+16$   
左上を  $x$ , 右上を  $x+1$ ,  
左下を  $x+14$ , 右下を  $x+15$   
 $(x+2)(x+14) - x(x+16)$   
 $= (x^2 + 16x + 28) - x^2 - 16x$   
 $= 28$

4隅の数の積の差はどうなる?

よって、3x3をして  
4隅の数の積の差は  
28になる。

カレンダーを2x3で囲んだ場合

★囲み方と4隅の数の文字式

4隅の数を  $x, x+1, x+14, x+15$   
左上を  $x$ , 右上を  $x+1$ ,  
左下を  $x+14$ , 右下を  $x+15$   
 $(x+1)(x+14) - x(x+15)$   
 $= (x^2 + 15x + 14) - x^2 - 15x$   
 $= 14$

4隅の数の積の差はどうなる?

よって、2x3をして  
4隅の数の積の差は  
14になる。

★ 3×3 の場合

|        |        |        |
|--------|--------|--------|
| $x$    | $x+1$  | $x+2$  |
| $x+7$  | $x+8$  | $x+9$  |
| $x+14$ | $x+15$ | $x+16$ |

$$(x+2)(x+14) - x(x+16) = x^2 + 16x + 28 - x^2 - 16x = 28$$

★ 2×3 の場合

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
| $x$   | $x+1$ | $x+2$ |
| $x+7$ | $x+8$ | $x+9$ |

$$(x+2)(x+7) - x(x+9) = x^2 + 9x + 14 - x^2 - 9x = 14$$

● 差は全て 7 の倍数である。

4 月 1 日

② 正方形の縦と横の長さとのばして。

・ 3×3

左上  $x$ , 右上  $x+2$

左下  $x+14$ , 右下  $x+16$

$$x(x+16) = x^2 + 16x$$

$$(x+2)(x+14) = x^2 + 16x + 28$$

↓  
差は 28

・ 4×4

$x$ ,  $x+3$

$x+21$ ,  $x+24$

$$x(x+24) = x^2 + 24x$$

$$(x+3)(x+21) = x^2 + 24x + 63$$

↓  
差は 63

- 5×5

$x$ ,  $x+4$

$x+28$ ,  $x+32$

$$x(x+32) = x^2 + 32x$$

$$(x+4)(x+28) = x^2 + 32x + 112$$

↓  
差は 112

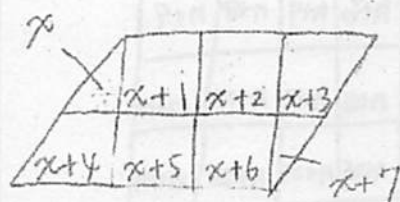
差の 28, 63, 112 に共通するのは

7 の倍数

よって、正方形の四隅の積の差は 7 の倍数になる。

カレンダーの秘密を探ろう③

週〇日のカレンダーを 4行4列 で囲んだ場合  
☆囲み方と4隅の数の文字式 (週 4 日)



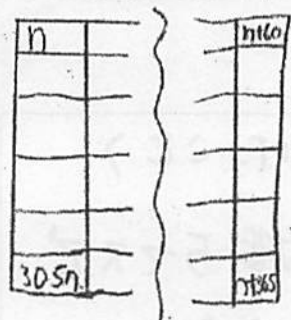
4隅の数の積の差はどうなる?

$$(x+3)(x+4) - x(x+7)$$

$$= x^2 + 7x + 12 - x^2 - 7x$$

$$\Rightarrow = 12$$

週〇日のカレンダーを 6x6 で囲んだ場合  
☆囲み方と4隅の数の文字式 (週 6 日)



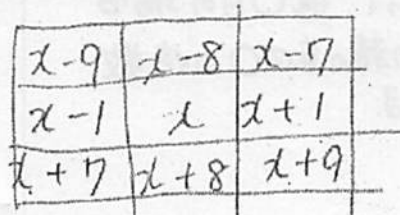
4隅の数の積の差はどうなる?

$$(n+60)(n+305) - n(n+365)$$

$$= n^2 + 365n + 18300 - n^2 - 365n$$

$$= 18300$$

週〇日のカレンダーを 3x3 で囲んだ場合  
☆囲み方と4隅の数の文字式 (週 8 日)



$$(x+7)(x-7) - (x+9)(x-9)$$

$$= x^2 - 49 - (x^2 - 81)$$

$$= x^2 - 49 - x^2 + 81$$

$$= 32$$

4隅の数の積の差はどうなる?

4の倍数  $x$  にした、

週 9 日の場合は?

$$\Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline x-10 & x-9 & x-8 \\ \hline x-9 & x & x+1 \\ \hline x+8 & x+9 & x+10 \\ \hline \end{array}$$

$$(x-8)(x+8) - (x-10)(x+10)$$

$$= x^2 - 64 - x^2 + 100$$

$$= 36$$

4の倍数。

2班

3x10

$$\begin{aligned} & (n+9)(n+20) - n(n+29) \\ &= n^2 + 29n + 180 - n^2 - 29n \\ &= 180 \end{aligned}$$

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| n    | n+1  | n+2  | n+3  | n+4  | n+5  | n+6  | n+7  | n+8  | n+9  |
| n+10 | n+11 | n+12 | n+13 | n+14 | n+15 | n+16 | n+17 | n+18 | n+19 |
| n+20 | n+21 | n+22 | n+23 | n+24 | n+25 | n+26 | n+27 | n+28 | n+29 |

- ・10の倍数になる。
- ・余り4の積の差は1週間の日数の倍数になる。

ex)  $(n+1)(n+7) - n(n+8)$   
 $= n^2 + 8n + 7 - n^2 - 8n$   
 $= 7$

$\Rightarrow$  1週間7日。  
 ・7の倍数

週10日

2x5で囲んだ場合

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| x    | x+1  | x+2  | x+3  | x+4  |
| x+10 | x+11 | x+12 | x+13 | x+14 |

$$\begin{aligned} & (x+4)(x+10) - x(x+14) \\ &= x^2 + 14x + 40 - x^2 - 14x \\ &= 40 \end{aligned}$$

<気付いたこと>

・縦2、横5マスで

囲んだ場合、端の積の差は40になる。

・週10日場合10の倍数になり、週7日の場合、7の倍数になる。よって、週〇日の場合4隅の積の差は〇の倍数になる。

1 班