第67次千葉県教育研究集会
第4分科会　数学教育（中学校）

11

図形の証明における「筋道を立てて考える力」を育てる指導の一考察
～図形の性質と証明の学習を通して～

1．　設定理由

平成２８年度全国学力・学習状況調査では，「図形の性質を，筋道を立てて考え証明する」問題の定着率が低く，自分の考えを，見通しをもって説明することに課題があると指摘されている。本校の２年生を対象に全国学力・学習状況調査の証明の問題を実施したところ，証明の記述ができている生徒が全体の３割であった。日頃の授業でも，どのように考えたのか理由は曖昧であり，判断の根拠や理由を示しながら自分の考えを述べることについて課題がある。また，自分の考えを説明できる生徒は限られており，考えの根拠を明らかにせず，計算の仕方や手順のみになることが多い。証明問題となると計算問題に比べて，どのように考えていけば良いのかの見通しをもてず，つまずいている生徒が多くみられる。

そこで，このような課題を解決するためには，既習事項を想起して，図形の中から様々な定理や等しい部分を見出し，根拠となる事柄として利用していく力を身に付けさせることが必要である。また，結論を導くために全体的な見通しをもち，着目すべき三角形や合同条件を見出し，筋道を立てて考える力が必要であると考える。以上のような理由から，本研究では結論から証明の見通しを立てることができるワークシートを用いること，既習事項をまとめた根拠カードを用いることで，筋道を立てて考える力が高まるだろうと考え，本主題を設定した。

2．　研究仮説

結論から証明の見通しを立て，既習事項をまとめた根拠カードを用いた指導法を取り入れれば，筋道を立てて考える力が高まるであろう。

3．　研究内容

（1）筋道を立てて考える力についての理論研究
（2）検証授業の実践
　ア　指導計画
　イ　ワークシートについて
　ウ　根拠カードについて
　エ　検証授業の展開及び授業記録
（3）仮説の検証と考察

4．　結論

○ワークシートを活用して，結論から考えることにより，合同になりそうな三角形や，どの合同条件を使えば良いのか絞ることができ，証明の見通しをもてるようになった。

○根拠カードを用いて，既習事項を想起させたが，根拠カードに頼ってしまい既習事項の定着が不十分な生徒もいたので，根拠カードを手放しても既習事項が使えるような手立てを考えていく必要がある。

4 - 2

長生支部
茂原市立早野中学校
本吉由佳

1　研究主題

図形の証明における「筋道を立てて考える力」を育てる指導の一考察

～図形の性質と証明の学習を通して～

2　主題設定の理由

平成２８年度全国学力・学習状況調査の結果を見ると，「図形の性質を，筋道を立てて考え証明する」問題の定着率が低く，自分の考えを，見通しをもって説明することに課題があると指摘されている。本校の２年生を対象に全国学力・学習状況調査の証明の問題を実施したところ，証明の記述ができている生徒が全体の３割であった。日頃の授業でも，どのように考えたのか理由は曖昧であり，判断の根拠や理由を示しながら自分の考えを述べることについて大きな課題が残る。具体的に，自分の考えを説明できる生徒は限られており，多くの生徒は考えの根拠を明らかにせず，計算の仕方や手順の説明のみになる傾向がある。テストでは，自分の考えを記述することを諦めてしまい，無答になることがよくある。計算問題に比べて，どのように考えていけば良いのかの見通しをもてず，つまずいている生徒も多くみられる。以前まで，証明の型に当てはめて記述させたり，穴埋めの形にしたりして流れを理解できるようにするなど，証明を形式的に記述することを重視して指導をしてきた。しかし，問題の形式が変わると，仮定とされていないものを根拠として用いたり，見た目だけで明らかになっていない関係を根拠として用いたりと，全体の見通しをもてず，筋道を立てて考えることが苦手な生徒が多く見られる。

そこで，本研究では上位群（A 群）と下位群（筋道立てて証明を組み立てられないが，問題から仮定や結論を区別できている生徒を B 群，問題から仮定と結論の区別ができない生徒を C 群）に分け，下位群に焦点をあてて進めていく。下位群の課題を解決するためには，図形の中から既習の定理や等しい辺や等しい角を見つけだし，根拠となる事柄として利用していくために既習事項を想起させることが必要である。また，結論を導くために全体的な見通しをもち，着目すべき三角形や合同条件を見出し，筋道を立てて考える力が必要であると考える。

以上のような理由から，本研究では結論から証明の見通しを立てることができるワークシートを用いること，既習事項をまとめた根拠カードを用いることで，筋道を立てて考える力が高まるだろうと考え，本主題を設定した。

3　研究の目標

図形の証明における「筋道を立てて考える力」を育てるために，ワークシートを活用した結論から証明の見通しを立てる指導，既習事項をまとめた根拠カードを活用した指導の２つの方法を実践することで，その効果を検証する。

4　研究の仮説

結論から証明の見通しを立て，既習事項をまとめた根拠カードを活用した指導法を取り入れれば，筋道を立てて考える力が高まるであろう。

5　研究の内容・方法

（１）筋道を立てて考える力についての理論研究

（２）検証授業の実践

ア　指導計画
イ　ワークシートについて
ウ　根拠カードについて
エ　検証授業の展開及び授業記録
（3）仮説の検証と考察

6　研究の実際
（1）筋道を立てて考える力についての理論研究
片桐氏（2004）は数学的な考え方について以下のような3つのカテゴリーを挙げている。

「I　数学的な態度」
「II　数学の方法に関係した数学的な考え方」
「III　数学の内容に関係した数学的な考え方」

さらに，片桐氏はその中の「I　数学的な態度」の具体的内容のひとつとして，以下のことを挙げている。

2　筋道の立った行動をしようとする
①　目的にあった行動をしようとする
②　見通しを立てようとする
③　使える資料や既習事項、仮定に基づいて考えようとする

特に，「②見通しを立てようとする」「③使える資料や既習事項，仮定に基づいて考えようとする」態度を伸ばすには，各々，次のような考えが大切であると挙げている。②については以下のように述べている。

目的にあった筋道立った行動をしようとするには、結果についての大ざっぱな見通しを立てることが望ましい。

③については，以下のように述べている。

資料や条件としてどんなことが与えられているか、どんなことを用いてよいかをはっきりさせ、用いてよい資料や条件に基づいて考え、有効な既習事項を生かしていくことが、筋道を立てて考えることにとって必要である。

筋道を立てて考えるということは，思いつきや「なんとなく」では成立しない。きちんとした根拠をもって説明したり，結論を導き出したりする活動を積み重ねる必要がある。生徒は第1学年で，論理的に考察し表現する能力を培ってきており，第2学年では論理的に推論を行って調べることを学ぶ。推論には「帰納」「類推」「演繹」の3つの方法があるが，ここでの学習においては特に演繹的に考えることが重要になってくる。
片桐氏は，演繹的な考え方について次のように述べている。

演繹的な考え方というのは、いつでも言えるということを主張するために、すでに分かっていることを基にして、その正しいことを説明しようとする考え方である。

演繹的に考えるためには，根拠となる事柄を明確にしておかなければならない。それらを基に

して，演繹的に考え，図形の性質を確かめていく学習を第２学年から本格的に始めていくこととなる。特に，証明を組み立てていく指導に当たっては，まず証明の構想や方針を立てわかりやすく表現することも必要となってくる。さらに，演繹的に考えるときには，分かっていることを基に「それからどんなことが言えるか」と仮定から結論を考えていく総合的思考と，「そのことが言えるには，何が言えればよいのか」というように結論から仮定を考えていく分析的思考とが使われる。以上のことをふまえ，本研究では「筋道を立てて考える力」を分析的思考に重点をおきながら育てていくこととし，

（ⅰ）結論から見通しを立てる力。
（ⅱ）既習事項を想起させ、必要な既習事項を選ぶことができる力

以上の（ⅰ）（ⅱ）ととらえ，実践を行った。

（２）検証授業の実践

ア　指導計画（１８時間扱い）　　※印は検証授業

小単元		指導目標	時数	展開の概要	根拠カード
四角形	平行四辺形の性質	平行四辺形の定義と性質を理解し，それらを使って平行四辺形の辺の長さや角の大きさを求めたり，図形の性質を証明したり，その証明を読んで新たな性質を見出したりすることができる。	3 (10)	※検証授業Ⅰ 平行四辺形の定義を知り，平行線の性質をもとに平行四辺形の向かい合う辺は等しい，向かい合う角は等しいという性質を三角形の合同を使って証明する。	⑱ ⑲ ⑳
				※検証授業Ⅱ 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるという性質を平行線の性質をもとに，三角形の合同を使って証明する。	㉑
				※検証授業Ⅲ 平行四辺形の定義や性質を使って，図形の性質を証明する。	

イ　ワークシートについて（資料①）

総合的思考とは，仮定から始まり結論に至る形で，証明の記述の形に対応している。その一方で，分析的思考は結論から考え始めることであり，証明を考えるうえで，総合的思考と分析的思考の双方の考え方を取り入れることが重要である。仮定から結論を考えたり（総合的思考），結論から仮定を考えたり（分析的思考），その両方の考え方を使いながら，問題を解決していくような学習過程を増やしていくことが大切であると考える。そこで，生徒に分析的思考に慣れさせるために，ワークシートを活用した。証明を考えさせる際に，「わかっていること（仮定）は何か」「証明しようとすること（結論）は何か」「結論が成り立つことを証明するには，どの三角形の合同を使えばよいのか。」「三角形の合同をいうためには何がわかればよいのか」など，結論から分析的思考をワークシートで整理し，見通しを立ててから証明を書くという習慣を作る。

分析的思考	総合的思考
結論をかく・・・・・ワークシート(A) 合同と予想される三角形をみつける・・・・ワークシート(B) 合同条件をしぼる・・・ワークシート(C) 必要な根拠を探す・・・ワークシート(D)	仮定・必要な根拠を探す (D) 成り立つ合同条件(C) 三角形の合同がいえる(B) 結論(A)

（資料①より抜粋）

結 論

(A)
「証明しようとすること（結論）は何か」

どの三角形

(B)
「結論が成り立つには、どの三角形を使えばよいのか。」

3組の辺　2組の辺とその間の角　1組の辺とその両端の

(C)
「どの合同条件を使えば良いのか」

使えそうな根拠

(D)
「三角形の合同条件を満たすために使えそうな既習事項は何か」

【証明】

△＿＿＿と△＿＿＿　で

＿＿＿＝＿＿＿（根　拠）・・①

＿＿＿＝＿＿＿（根　拠）・・②　(D)

＿＿＿＝＿＿＿（根　拠）・・③

①②③より合同条件がそれぞれ等しいので　(C)

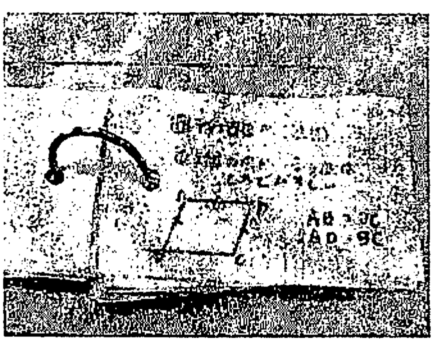
△＿＿＿≡△＿＿＿　(B)

よって＿結　　論＿　(A)

ウ　根拠カードについて（資料②）

学習した内容をきちんと整理し，証明の学習の参考資料として活用させていくために，図形領域で学習した既習事項を単語カードのように定理をまとめた根拠カードを作成した。例えば，「平行線の錯角は等しい」という新しい性質を学んだあとに，性質を示す言葉と図と記号を自分で書き作成する。新しい性質を学ぶたびに，そのつど新しく根拠カードを作成し，単元が終わるまで書き加えながら完成させた。実際に生徒は，証明で既習事項を想起するために使用していた。

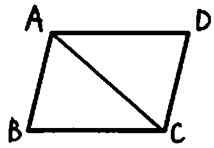
（資料②より抜粋）



番号	性質
①	対頂角は等しい
②	平行線の同位角は等しい
③	平行線の錯角は等しい
⑲	平行四辺形の向かい合う辺はそれぞれ等しい
⑳	平行四辺形の向かい合う角はそれぞれ等しい
㉑	平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる

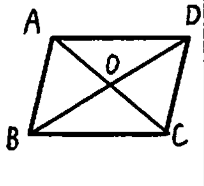
エ　検証授業の展開及び授業記録

＜検証授業Ⅰの展開及び授業記録＞

学習活動と内容	授業記録（T：授業者　S：生徒）
本時の学習課題をつかむ。 平行四辺形ならば、向かい合う辺の長さがそれぞれ等しいことを証明するには、どのような根拠を使えば証明できるだろうか。 結論 $\boxed{\text{ワークシート(A)}}$ AB=DC，AD=BC  どの三角形 $\boxed{\text{ワークシート(B)}}$ △ABC と△CDA 合同条件 $\boxed{\text{ワークシート(C)}}$ １組の辺とその両端の角 使えそうな根拠 $\boxed{\text{ワークシート(D)}}$ ③平行線の錯角は等しい  	T：今日は平行四辺形ならば，向かい合う辺がそれぞれ等しくなることを証明します。まずは，仮定と結論をはっきりさせよう。 S：仮定は平行四辺形。 S：結論は向かい合う辺の長さがそれぞれ等しい。 T：では，仮定と結論がはっきりしたので，いよいよ証明を考えていこう。証明を考えるために，今日からこのワークシートを使って考えていきたいと思います。みんなは証明を書くときに，すぐ証明を書き始めるかな？ S：すぐには書けない。S：少し考える。 T：何を考える？ S：どの三角形を使うか。 S：どの合同条件を使うか。 T：そうだよね。証明を書く前に，作戦を考えるよね。その作戦を考えることが証明の見通しを立てることなんです。証明の見通しを立てるには，まずはゴールが何かが重要だよね。では，証明のゴールは？ S：結論。 T：そう。だから，結論から考えていけば良いんだよ。$\boxed{\text{ワークシート(A)}}$ S：向かい合う辺がそれぞれ等しい。 T：そうだね，じゃあ，向かい合う辺がそれぞれ等しいことを記号を使って表すとどうなりますか？ S：AB=DC，AD=BC。 T：次は AB =DC，AD=BC が成り立つことを証明するには，どの三角形の合同を証明すればよさそうかな？$\boxed{\text{ワークシート(B)}}$ S：三角形がない。 T：三角形がないときはどうすればよかった？ S：作る。 T：では，どこに線を加えて三角形を作ればよさそうかな。 S：AC。　　　　S：BD。 T：では，AC に線を引いた場合，どの三角形に着目したら良いかな？ S：△ABC と△CDA。 T：では，BD の線を加えたら？ S：△ABD と△CDB。 T：そうだね，どちらも結論の辺が対応しているから，どちら

平行四辺形の性質をまとめ，次時の予告をする **⑲平行四辺形の向かい合う辺はそれぞれ等しい** **⑳平行四辺形の向かい合う角はそれぞれ等しい**	でもよさそうですね。では，この△ABD と△CDB の合同を証明していこう。どの合同条件を使えばよさそうかな。ワークシート(C) S：合同条件は1組の辺とその両端の角。 T：なんで？他は？ S：結論の辺は証明に使えないから。 T：なるほど。結論の AB=DC，AD=BC は証明の途中で使ってはいけないから，残っている辺は1組だけですね。となると，今回の問題では，1 組の辺とその両端の角が合同条件になるように証明を進めていこう。今回の証明で使えそうな根拠は何だろう？使えそうな根拠をワークシートに書いてみよう。ワークシート(D) S：**根拠カード**をみてもいいですか。 T：証明に使えそうな根拠を，**根拠カード**を見て探してもいいですよ。 S：平行線の性質じゃない。 T：いいところに気づいたね。では，何番のカード？ S：**③平行線の錯角は等しい。** T：では，使えそうな根拠が出てきたから，合同条件の1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しくなるには，どの場所の角が等しくなることを言えればいいのかをよく考えて証明を書いてみよう。（個人で課題にとりくむ） T：平行四辺形ならば，向かい合う辺の長さがそれぞれ等しい。あと向かい合う角もそれぞれ等しいことが証明できたね。では，**この2つの性質を根拠カードに追加しましょう。（根拠カード⑲⑳）**

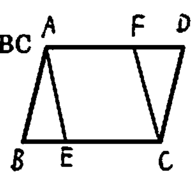
＜検証授業Ⅱの展開及び授業記録＞

学習活動と内容	授業記録（T：授業者　S：生徒）
本時の学習課題をつかむ。 平行四辺形ならば対角線はそれぞれの中点で交わることを証明するには，どのような根拠を使えば証明できるだろうか。 結論 ワークシート(A) OA=OC，OB=OD  どの三角形 ワークシート(B) △ABC と△CDA △OAB と△OCD	T：次の問を解きましょう。前回の授業と同じように，まずは結論からとりくんでください。ワークシート(A) S：対角線がそれぞれの中点で交わる。 S：OA=OC，OB=OD。 T：では，結論が OA=OC，OB=OD だから，どの三角形の合同を証明すればよさそうかな？ワークシート(B) S：△ABD と△CDB。 S：△ABC と△CDA。 T：では，△ABD と△CDB だと，どの辺とどの辺が対応している？ S：AB は CD，AD は CB。

合同条件**ワークシート(C)** １組の辺とその両端の角 使えそうな根拠**ワークシート(D)** **③平行線の錯角は等しい** **①対頂角は等しい** **⑲平行四辺形の向かい合う辺はそれぞれ等しい**  平行四辺形の性質をまとめ，次時の予告をする。 **㉑平行四辺形の対角線は それぞれの中点で交わる**	T：結論の OA と OC，OB と OD がこの三角形だと対応してる？ S：してない。この２つの三角形を証明してもだめだ。 T：では，どの三角形に着目したら良いかな。 S：△OAB と△OCD。 S：△OAD と△OCB でもいいんじゃない。 T：そうだね，どちらも結論の辺が対応しているね。では，この三角形の合同を証明すれば良さそうだね。 S：結論が OA=OC，OB=OD だから３組の辺，２組とその間の角の合同条件は使えない。**ワークシート(C)** S：１組とその両端の角しかない。 T：では，合同条件を満たすために使えそうな根拠を探してみよう。**ワークシート(D)** S：**③平行線の錯角は等しい。**　S：**①対頂角は等しい。** T：ほかは？ S：前の時間にやった平行四辺形の性質は使っていいの？ S：**根拠カード**にあるから，使っていいんじゃない。 S：使わないと辺がない。 T：そうですね，いいところに気づきましたね。前回，平行四辺形の性質が根拠カードに加わったから，今回の証明では使えるね。 S：じゃあ，**平行四辺形の性質**も使えそう。 T：平行四辺形の性質は２つあるけど，両方使う？ S：**⑲平行四辺形の向かい合う辺はそれぞれ等しい**だけ。 （個人で課題にとりくむ） T：平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わることが証明できたね。では，この**対角線の性質を根拠カードに追加**しましょう。**(根拠カード㉑)**

＜検証授業Ⅲの展開及び授業記録＞

学習活動と内容	授業記録（T：授業者　S：生徒）

本時の学習課題をつかむ。
下の図の平行四辺形 ABCD の辺 BC,AD 上にそれぞれ点 E,F を BE=DF となるようにとる。このとき、AE=CF となることを証明しなさい。
 	
仮定　AB //DC，AD//BC
BE=DF
結論　AE=CF

	T：次の問を解きましょう。
	まずは結論からとりくんでください。**ワークシート(A)**
	（各自ワークシートをもとに見通しを立てていく。）
	T：では，結論は？
	S：AE＝CF。
	T：では，どの三角形を使えば良い？**ワークシート(B)**
	S：△ABE と△CDF。
	T：そうだね。では，この三角形の合同を証明するのに，どの条件を使えばよさそうかな。**ワークシート(C)**
	S：３組の辺は使えない。

結論 ワークシートA) AE=CF どの三角形 ワークシートB) △ABE と△CDF 合同条件 ワークシートC) 2組の辺とその間の角 1組の辺とその両端の角 使えそうな根拠 ワークシートD) **③平行線の錯角は等しい** **⑲平行四辺形の** **向かい合う辺はそれぞれ等しい**	T：なんで？ S：結論の辺が使えないから。 T：そうだね。では，合同条件は1組の辺か2組の辺ですね。この証明で使えそうな根拠は何だろう？ワークシート(D) S：**⑲平行四辺形の向かい合う辺はそれぞれ等しい。** S：**③平行線の錯角は等しい。** T：では，使えそうな根拠が出てきたから，合同条件の1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しくなるには，どの角が等しくなることを言えればいいのかをよく考えて証明を書いてみよう。 （個人で課題にとりくむ。）

（3）仮説の検証と考察

事前調査：12月21日
事後調査：2月7日
対象生徒：2学年55名

本研究において定義づけした，筋道を立てて考える力の育成に基づき，事前・事後の調査問題の解答や，検証授業での生徒の様子・変容を確認し仮説の検証と考察を行っていくこととする。

事前，事後調査ともに，調査問題1（資料編 P5）の正答率について調査した。

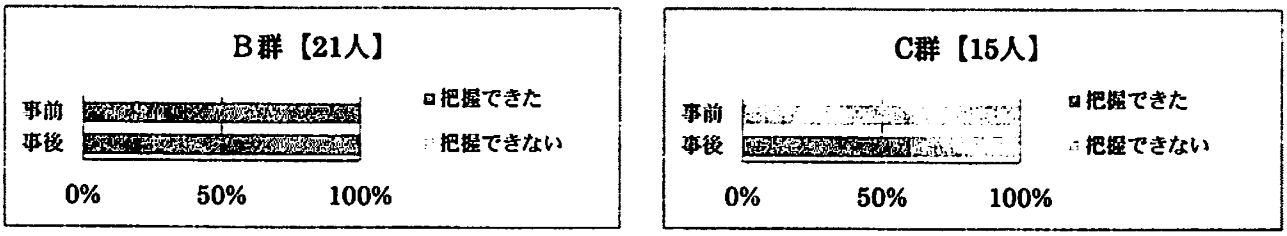


図1　仮定と結論の的確な把握に関する調査

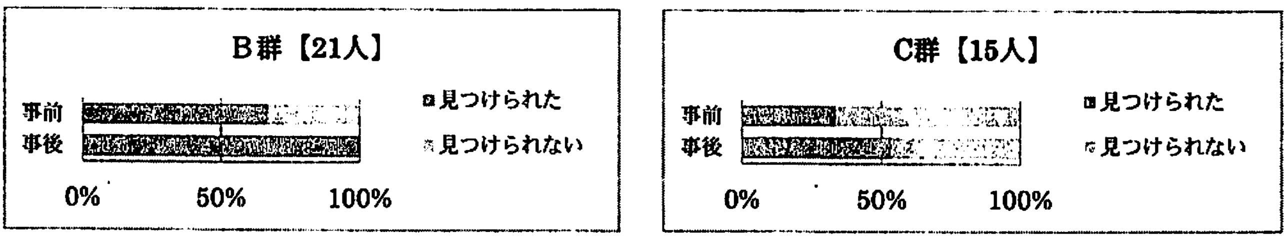


図2　証明すべき内容に応じた三角形を見つける調査

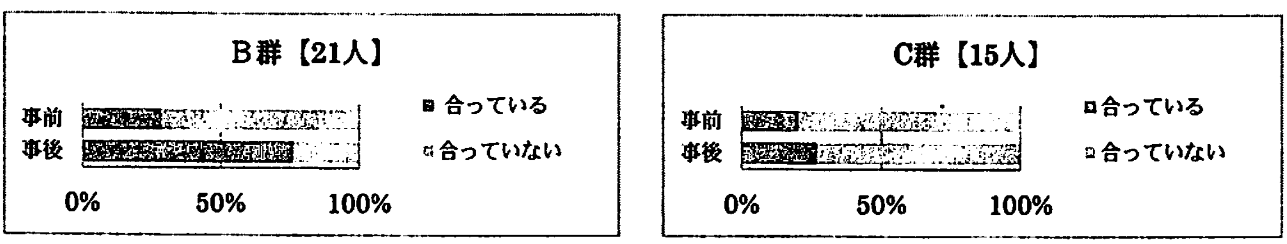


図3　合同条件に関する調査

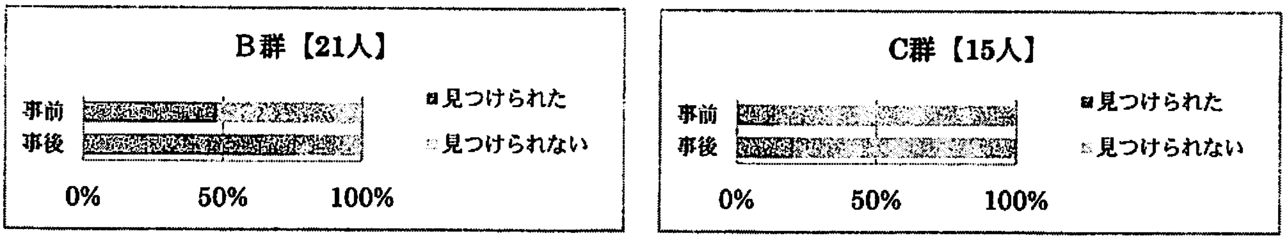


図4　仮定以外の根拠に関する調査①

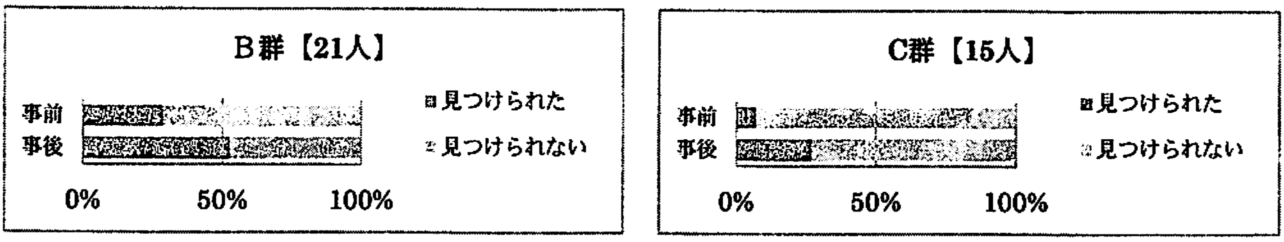


図5　仮定以外の根拠に関する調査②

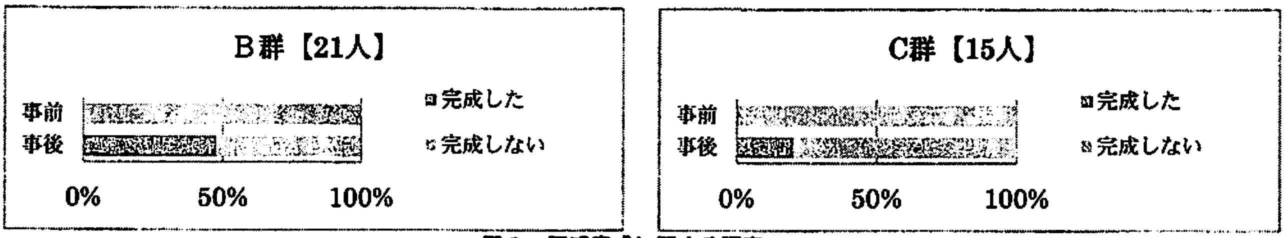


図6　証明完成に関する調査

〈B群，C群における個々の生徒の変容〉

【B群】

生徒B1（資料編P8）

事前調査では，仮定（AC//DB）をそのまま証明に使ってしまったり，結論を証明に使ってしまったりと，見通しをもてずに，ただ書いていた。検証授業の中で，始めに結論に着目し，証明の見通しを立てることで，合同条件を絞ることができ，見通しをもって考えを進めることができるようになった。（ｉ）結論から見通しを立てる力が高まったことがわかった。

また，根拠カードを用いて根拠を選ぶ活動を通して，証明に必要な根拠を見つけることができた。（ⅱ）既習事項を想起させ，必要な既習事項を選ぶことができる力が高まったことがわかった。ただ，事後調査でワークシートや根拠カードが手元にないと，証明の見通しを立てることができず，証明に必要な根拠も見つけられず，根拠カードがまだ手放せない様子である。

生徒B2・B3（資料編P9・10）

事前調査では，どの合同条件を使って証明すればよいのかわからず，見通しをもつことができなかった。仮定の平行線から同位角・錯角が等しいという関係を導くことができなかったが，事後調査では，平行線から錯角が等しいことを既習事項から導くことが出来るようになった。また，∠O＝∠O になることを直感的に理解していたが，事後調査では対頂角の性質により等しいという根拠を選べるようになった。（ⅱ）既習事項を想起させ，必要な既習事項を選ぶことができる力が高まったことがわかった。

【C群】

生徒C1（資料編P11）

事前調査では，どのように考えればよいのか分からず，無答であった。しかし，事後調査では，

仮定と結論を区別することができ，また，仮定を証明の根拠として記述できるようになった。（ⅰ）結論から見通しを立てる力が高まったことがわかった。

生徒 C2（資料編 P12）

事前調査では，仮定と結論の意味もはっきり理解できずに錯角∠C=∠D も仮定に入れてしまっていた。既習事項の平行線の錯角については理解しているが，合同条件の１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいことをいうために，両端の位置にない角（∠C=∠D）を証明で使っていた。事後調査では，仮定と結論を的確に把握できるようになった。また，分析的思考を用いて，結論から証明の見通しを立て，合同条件の１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいことを言うために，必要な角を見つけることができるようになった。（ⅰ）結論から見通しを立てる力が高まったことがわかった。

〈仮説の検証と考察〉

事前・事後調査を各調査内容で比べたとき，B 群 C 群ともに事後調査の正答率が上がっていることが分かる。特に，「分析的思考」に重点をおきながら指導をしたことが有効であったことが，図１，図２，図３の調査結果から明らかになった。その結果，証明の見通しをもつことができ，図４，図５の結果からもわかるように仮定以外の根拠も既習事項から導きやすくなったことがうかがえる。今回の研究では，「筋道を立てて考える力」を（ⅰ）結論から見通しを立てる力　（ⅱ）既習事項を想起させ，必要な既習事項を選ぶことができる力として捉え，指導にとりくんできた。図６の結果からもわかるように事前指導では証明が記述できなかった生徒が，事後指導では B 群で約５割，C 群では約２割が正しく記述できるようになった。このことからも，この研究が有効であることが検証できたといえる。

7　研究のまとめ

（１）研究の成果

○ワークシートを活用して，結論から考える分析的思考を取り入れたことにより，合同になりそうな三角形や，どの合同条件を使えば良いのか絞ることができ，証明の見通しをもてるようになった。

○根拠カードを用いることで，既習内容の図形の性質から，証明に必要な根拠となる事柄を見つけることができるようになった。

（２）今後の課題

○根拠カードを用いて，既習事項を想起させたが，根拠カードに頼ってしまい既習事項の定着が不十分な生徒もいたので，根拠カードを手放しても既習事項が使えるような手立てを考えていく必要がある。

○本研究では，B 群，C 群に焦点を当てて，筋道を立てて考える力の育成にとりくんだ。A 群の生徒については，さらに複雑な図形の証明や，補助線を使わなければ証明できない問題においても，筋道を立てて考える力をつけさせていきたい。また，他者にわかりやすく説明する力の育成にもとりくんでいきたい。

〈参考文献〉

・数学的な考え方の具体化と指導 －算数・数学科の真の学力向上を目指して－（片桐重男）

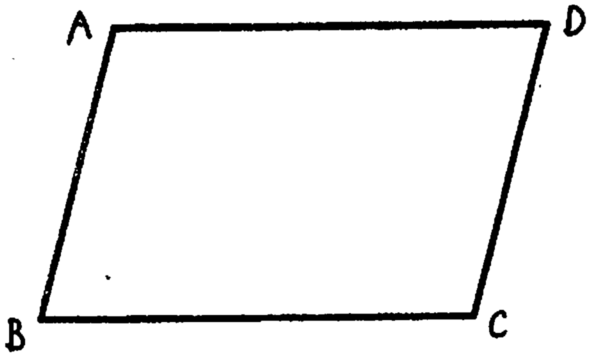
・平成 28 年度　全国学力・学習状況調査【中学校】報告書　　　　（国立教育政策研究所）

資　料　編

資料① ワークシートについて

検証授業Ⅰ

問題　平行四辺形ならば、２組の向かい合う辺がそれぞれ等しいことを証明しなさい。



仮定

結論

結論

どの三角形

３組の辺　　２組の辺とその間の角　　１組の辺とその両端の角

使えそうな根拠

【証明】

△＿＿＿と△＿＿＿　で

＿＿＿＝＿＿＿　（根　拠）・・①

＿＿＿＝＿＿＿　（根　拠）・・②

＿＿＿＝＿＿＿　（根　拠）・・③

①②③より合同条件がそれぞれ等しいので

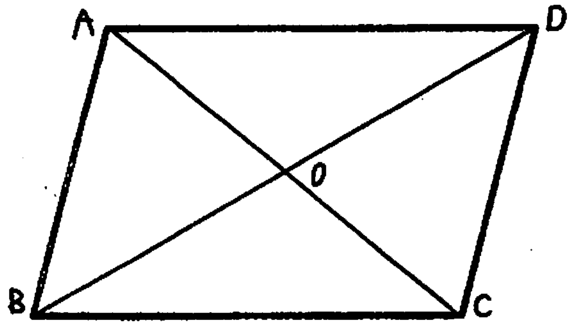
△＿＿＿≡△＿＿＿

よって＿結　論＿

資料① ワークシートについて

検証授業Ⅱ

問題 下の図の平行四辺形ABCDで対角線の交点をOとするとき、平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わることを証明しなさい。



仮定

結論

結論

どの三角形

3組の辺

2組の辺とその間の角

1組の辺とその両端の角

使えそうな根拠

【証明】

△＿＿＿と△＿＿＿ で

＿＿＿＝＿＿＿ (根 拠)・・①

＿＿＿＝＿＿＿ (根 拠)・・②

＿＿＿＝＿＿＿ (根 拠)・・③

①②③より合同条件がそれぞれ等しいので

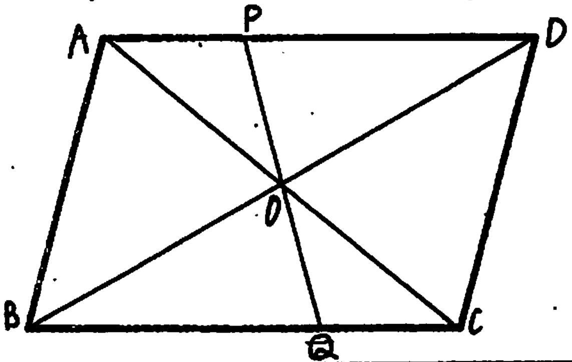
△＿＿＿≡△＿＿＿

よって＿結 論＿

資料①　ワークシートについて

検証授業Ⅲ

問題　平行四辺形 ABCD で下の図のように、対角線の交点 O を通る直線をひき、２辺 AD, BC との交点をそれぞれ P,Q とします。このとき、OP=OQ となることを証明しなさい。



仮定

結論

結論

どの三角形

３組の辺　　２組の辺とその間の角　　１組の辺とその両端の角

使えそうな根拠

【証明】

△＿＿＿と△＿＿＿　で

＿＿＿＝＿＿＿　（根　拠）・・①

＿＿＿＝＿＿＿　（根　拠）・・②

＿＿＿＝＿＿＿　（根　拠）・・③

①②③より合同条件がそれぞれ等しいので

△＿＿＿≡△＿＿＿

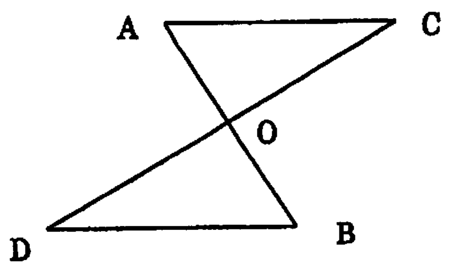
よって＿結　論＿

資料②　根拠カードについて

番号	性質
①	対頂角は等しい
②	平行線の同位角は等しい
③	平行線の錯角は等しい
④	同位角が等しいと２直線は平行
⑤	錯角が等しいと２直線は平行
⑥	三角形の３つの内角の和は 180°
⑦	三角形の１つの外角はその隣にない２つの内角の和
⑧	n 角形の内角の和は 180×（n-2）
⑨	n 角形の外角の和は 360°
⑩	合同な図形では対応する線分の長さは等しい
⑪	合同な図形では対応する角の大きさは等しい
⑫	二等辺三角形の定義　２つの辺が等しい三角形
⑬	二等辺三角形の２つの底角は等しい
⑭	二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に２等分する
⑮	２つの角が等しい三角形は二等辺三角形である
⑯	直角三角形の合同条件①
⑰	直角三角形の合同条件②
⑱	平行四辺形の定義
⑲	平行四辺形の向かい合う辺はそれぞれ等しい
⑳	平行四辺形の向かい合う角はそれぞれ等しい
㉑	平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる
㉒	平行四辺形になる条件　２組の向かい合う辺がそれぞれ平行
㉓	平行四辺形になる条件　２組の向かい合う辺の長さが等しい
㉔	平行四辺形になる条件　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい
㉕	平行四辺形になる条件　対角線がそれぞれの中点で交わる
㉖	平行四辺形になる条件　１組の向かい合う辺がそれぞれ平行で等しい
㉗	長方形の定義　　４つの角が全て等しい四角形
㉘	ひし形の定義　　４つの辺の長さが全て等しい四角形
㉙	正方形の定義　　４つの角の大きさ・辺の長さが全て等しい四角形
㉚	長方形の対角線の長さは等しい
㉛	ひし形の対角線は垂直に交わる
㉜	正方形の対角線の長さは等しく、垂直に交わる

資料③　事前・事後調査について（調査問題）

$\boxed{1}$ 下の図のように線分ABと線分CDが点Oで交わっており、AO=BO、AC//DBとします。
このとき、CO=DOとなることを証明しなさい。

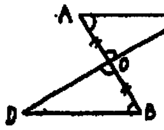


	A群【19】		B群【21】		C群【15】	
	事前	事後	事前	事後	事前	事後
1　仮定と結論の的確な把握に関する調査	19	19	21	21	0	9
2　証明すべき内容に応じた三角形を見つける調査	19	19	14	21	5	8
3　合同条件に関する調査	19	19	6	16	3	4
4　仮定以外の根拠に関する調査① (対頂角∠AOC=∠BOD)	19	19	10	16	2	3
5　仮定以外の根拠に関する調査② (平行線の錯角∠CAO=∠DBO)	19	19	6	11	1	4
6　証明完成に関する調査	19	19	0	10	0	3

資料④　生徒の変容

事前調査

1 下の図のように線分ABと線分CDが点Oで交わっており、AO=BO、AC//DBとします。このとき、CO=DOとなることを証明しなさい。

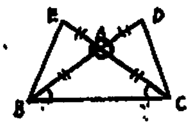


△ACO
△DBO

仮定 AO = BO
AC//DB
結論 CO=DO

証明 △ACOと△DBOで
AO = BO（仮定）……①
∠AOC = ∠DOB（対頂角）……②
∠CAO = ∠OBD（平行線の錯角）……③
①②③より
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、△ACO≡△DBO
合同な図形に対応する辺は等しいので、CO=DO

2 下の図のように、AB=ACの二等辺三角形ABCの辺BA、辺CAを延長した直線上にAD=AEとなる点D、点Eをそれぞれとります。このとき、BE=CDとなることを証明しなさい。

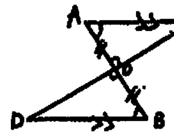


仮定 AB=AC
AD=AE
結論 BE=CD

証明 △AEBと△ADCで
AE = AD（仮定）……①
∠EAB=∠DAC（対頂角）……②
BA = AC（仮定）……③
①②③より
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、△AEB≡△ADC
合同な図形に対応する辺は等しいので、BE=CD

事後調査

1 下の図のように線分ABと線分CDが点Oで交わっており、AO=BO、AC//DBとします。このとき、CO=DOとなることを証明しなさい。



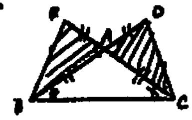
仮定
AO=BO　AC//DB

結論
CO=DO

根拠
錯角、対頂角

証明
△ACOと△BDOで
AO =BO（仮定）……①
∠AOC=∠BOD（対頂角）……②
∠CAO=∠DBO（平行線の錯角）……③
①②③より
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、
△ACO≡△BDO
よって　CO= DO

2 下の図のように、AB=ACの二等辺三角形ABCの辺BA、辺CAを延長した直線上にAD=AEとなる点D、点Eをそれぞれとります。このとき、BE=CDとなることを証明しなさい。



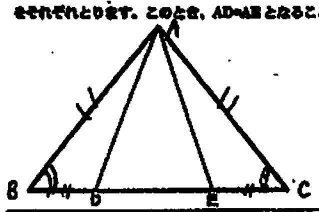
仮定
AB=AC AD=AE

結論
BE=CD

根拠
対頂角

証明
△ABEと△ACDで
AB= AC（仮定）……①
AE=AD（仮定）……②
∠BAE=∠CAD（対頂角）……③
①②③より
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、△ABE≡△ACD
よって　BE=CD

問題 下の図のように、AB=ACの二等辺三角形ABCの辺BC上にBD=CEとなる点D、点Eをそれぞれとります。このとき、AD=AEとなることを証明しなさい。



仮定 BD=CE
AB =AC

結論 AD=AE

結論　AD=AE

どの三角形　△ABD、△ACE

3組の辺　2組の辺とその間の角　1組の辺とその両端の角

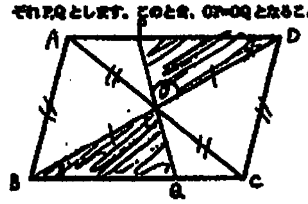
使えそうな根拠
二等辺三角形の性質
底角は等しい

証明
△ABDと△ACEで
BD= CE（仮定）……①
AB = AC（仮定）……②
∠ABD=∠ACE（二等辺三角形の性質）……③
①②③より
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい
よって　AD=AE

△＿と△＿で
＿＝＿（仮　定）・・①
＿＝＿（仮　定）・・②
＿＝＿（仮　定）・・③
①②③より合同条件がそれぞれ等しいので
△＿≡△＿
よって＿＝＿

検証授業Ⅲ

問題 平行四辺形ABCDで下の図のように、対角線の交点Oを通る直線をひき、2辺AD,BCとの交点をそれぞれP,Qとします。このとき、OP=OQとなることを証明しなさい。



▱ABCD

仮定

結論 OP=OQ

結論　OP=OQ

どの三角形　△DPO≡△BQO

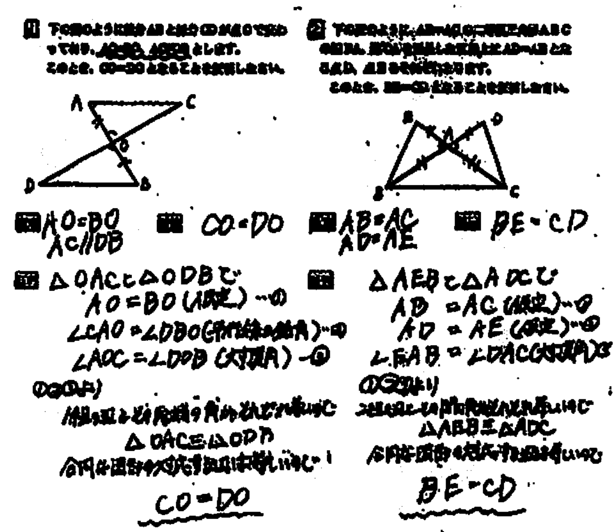
3組の辺　2組の辺とその間の角　1組の辺とその両端の角

使えそうな根拠
平行四辺形の性質（③）
錯角
対頂角

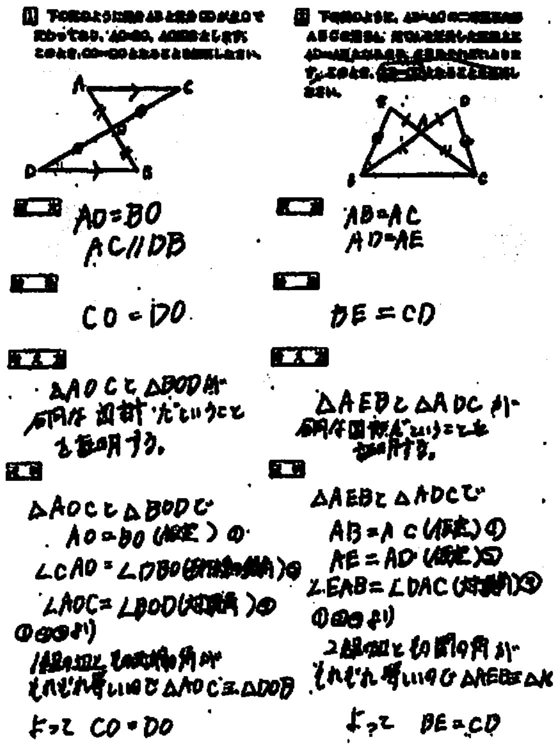
証明
△BQO≡△DPO
BO = DO（平行四辺形の性質）……①
∠OBQ=∠ODP（平行線の錯角）……②
∠BOQ=∠DOP（対頂角）……③
①②③より
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので △DPO≡△BQO
よって　OP = OQ

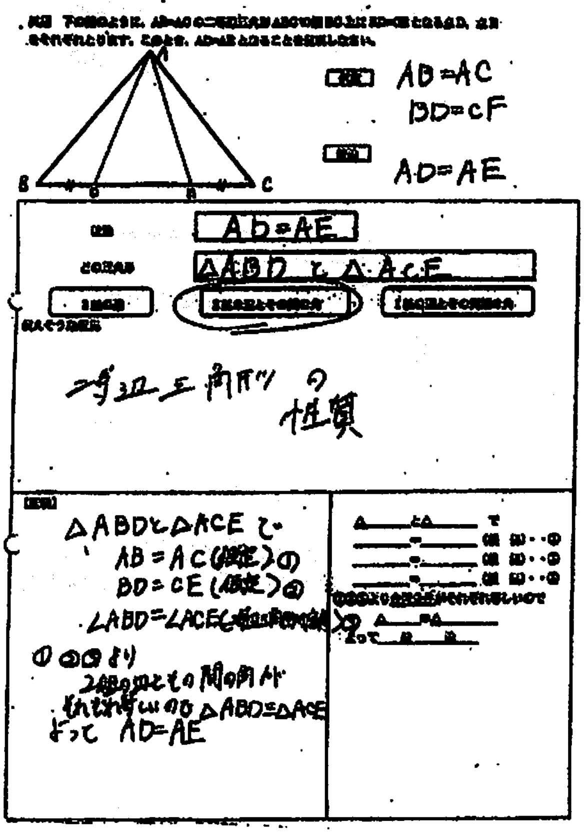
△＿と△＿で
＿＝＿（仮　定）・・①
＿＝＿（仮　定）・・②
＿＝＿（仮　定）・・③
①②③より合同条件がそれぞれ等しいので
△＿≡△＿
よって＿＝＿

事前調査

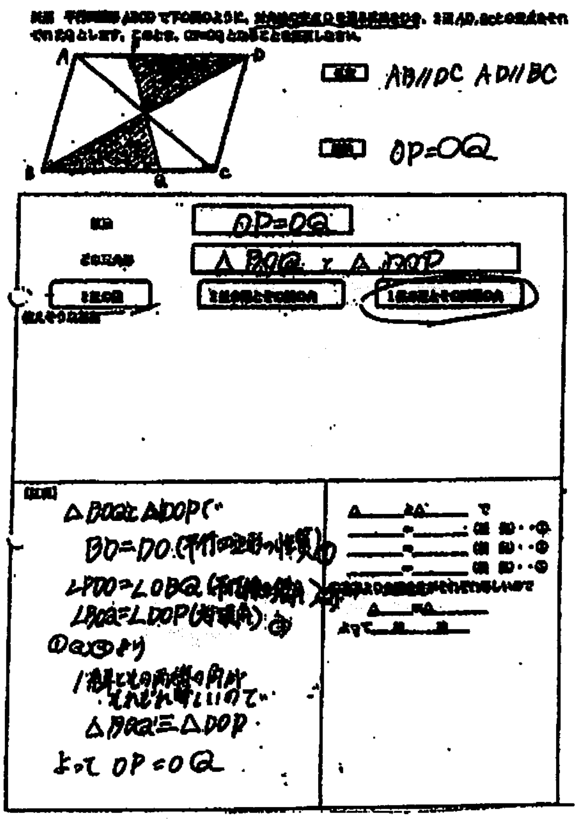


事後調査





検証授業Ⅲ



A群【19人】の生徒の感想

・難しそうだったら、考え方・方針を書く。

・使える根拠と使えないものをしっかり判断する。

・必要な三角形を探し、必要な情報だけを読み取ればよい。

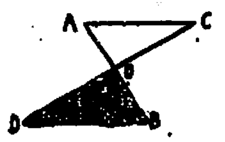
・使えなそうな合同条件を消去法で消していく。

生徒A1・A2

事後調査において、対応順に記述できていたり、記述面での向上が見られた。また、感想から、分析的思考で考えることにより、合同条件が絞れることや、必要な辺や角の情報に目を向ければ良いことなど実感していることが分かる。

事前調査

1 下の図のように線分ABと線分CDが点Oで交わっており、AO=BO、AC//DBとします。このとき、CO=DOとなることを証明しなさい。



AO=BO AC//DB　CO=DO

CD = DO

AO=BO (仮定)
AC//DB (仮定)
△ CO=DO (結論)

2組の辺とその間の角が
それぞれ等しい。

2 下の図のように、AB=ACの二等辺三角形ABCの辺BA、辺CAを延長した直線上にAD=AEとなる点D、点Eをそれぞれとります。このとき、BE=CDとなることを証明しなさい。

AD=AE　BE=CD

事後調査

1 下の図のように線分ABと線分CDが点Oで交わっており、AO=BO、AC//DBとします。このとき、CO=DOとなることを証明しなさい。

AO=BO
AC//DB

CO=DO

2組の辺とその間の角が
それぞれ等しい。

△AOCと△DBOで
AO=BO(仮定) …①
DB=AC(平行線の錯角) …②
∠D=∠C (錯角) …③
①②③より　2組の辺と
その間の角がそれぞれ等しい
よって △AOC≡△DBO

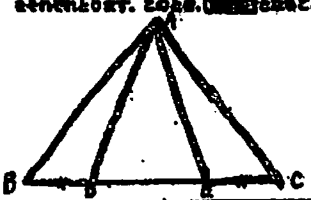
2 下の図のように、AB=ACの二等辺三角形ABCの辺BA、辺CAを延長した直線上にAD=AEとなる点D、点Eをそれぞれとります。このとき、BE=CDとなることを証明しなさい。

AD=AE

BE=CD

△DBCと△EBA

△DBCと△EBA
AD=AE (仮定) …①
∠E=∠C (錯角) …②
∠B=∠C (二等辺三角形の…) …③
①②③より
1組の辺とその両端の角が
それぞれ等しい。
よって △DBC≡△EBA



AB=AC
BD=CE

AD=AE

AD=AE

△ABD ≡ △ACE

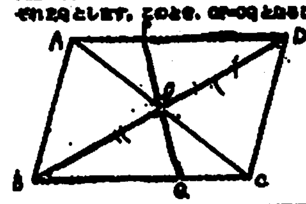
3組の辺　2組の辺とその間の角　1組の辺とその両端の角

△ABD=△ACE
AB=AC (仮定) …①
BD=CE (〃) …②
∠ABD=∠ACE(二等辺三角形の2つの底角は等しい) …③
①②③より
2組の辺とその間の角が
それぞれ等しい。
△ABD≡△ACE
よって、 AD=AE

△＿＿と△＿＿で
＿＿＝＿＿ (仮 定)・・①
＿＿＝＿＿ (仮 定)・・②
＿＿＝＿＿ (仮 定)・・③
①②③より＿＿＿がそれぞれ等しいので
△＿＿≡△＿＿
よって＿＿＿＿＿

検証授業Ⅲ

平行四辺形ABCDで下の図のように、対角線の交点Oを通る直線をひき、2辺AD、BCとの交点をそれぞれP、Qとします。このとき、OP=OQとなることを証明しなさい。



DAB CD

OP=OQ

OP=OQ

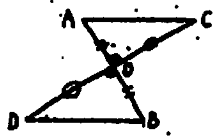
△OBQ と △ODP

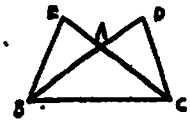
3組の辺　2組の辺とその間の角　1組の辺とその両端の角

△OBQと△ODP
∠B=∠D (錯角) …①
△OBQ=△ODP(対頂角) …②
BO=DO(平行四辺形の対角線) …③
①②③より
1組の辺とその両端の角が
それぞれ等しい。
△OBQ ≡ △ODP
よって
OP=OQ

△＿＿と△＿＿で
＿＿＝＿＿ (仮 定)・・①
＿＿＝＿＿ (仮 定)・・②
＿＿＝＿＿ (仮 定)・・③
①②③より＿＿＿がそれぞれ等しいので
△＿＿≡△＿＿
よって＿＿＿＿＿

事前調査





AO=BO、AC∥DB

CO=DO

△ACOと△BDOで

AO=AB（仮定）…①

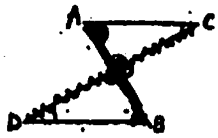
=（　）…②

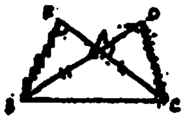
∠O=∠O（…）…③

①②③より　がそれぞれ等しい

△ACO≡△BDO

事後調査　　B群　生徒B2





AO=BO、AC∥DB

CO=DO

AB=AC

BE=CD

△AOCと△BODで

AO=BO（仮定）…①

∠A=∠B（錯角）…②

∠O=∠O（　）…③

①②③より　1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△AOC≡△BOD

よって　CO=DO

△AEBと△ADCで

Ab=AE（仮定）

∠E=∠D

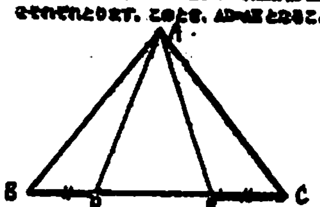
∠A=∠A

①②③より　1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

△AEB≡△ADC

よって　BE=CD

検証授業Ⅲ



AB=AC

BD=CE

AD=AE

AD=AE

△ABDと△ACE

B

△ABDと△ACEで

AB=AC（仮定）①

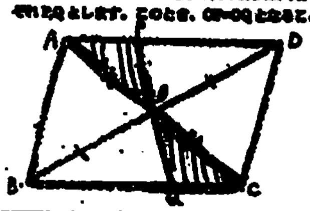
BD=CE（仮定）②

∠B=∠C　③

①②③より2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△ABD≡△ACE

よって　AD=AE



▱ABCD

OP=OQ

OP=OQ

△OQCと△OPA

1　2

△OQCと△OPAで

∠O=∠O　①

AO=CO　②

∠A=∠C　③

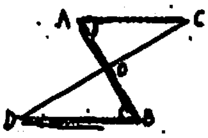
①②③より　1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△OQC≡△OPA

よって　OP=OQ

事前調査

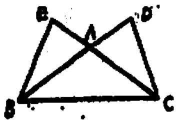
1 下の図のように線分ABと線分CDが点Oで交わっており、AO=BO、AC//DBとします。このとき、CO=DOとなることを証明しなさい。



仮定 AO=BO AC//DB　結論 CO=DO

証明 AO=BO（仮定）
AC//DB（仮定）
∠A=∠B（錯角）
1辺とその両の角が等しいので、
CO=DOである。

2 下の図のように、AB=ACの二等辺三角形ABCの辺BA、辺CAを延長した直線上にAD=AB、AE=ACとなる点D、点Eをそれぞれとります。このとき、BE=CDとなることを証明しなさい。

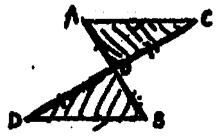


仮定 AB=AC　結論 BE=CD

証明

事後調査

1 下の図のように線分ABと線分CDが点Oで交わっており、AO=BO、AC//DBとします。このとき、CO=DOとなることを証明しなさい。



仮定 AO=BO
AC//DB

結論 CO=DO

使える根拠

証明
△ACOと△BDOで
AO=BO（仮定）…①
∠A=∠B（錯角）…②
∠AOC=∠BOD（対頂角）…③
①②③より
1組の辺とその両端の角が
それぞれ等しいので△ACO≡△BDO
よって、CO=DO

2 下の図のように、AB=ACの二等辺三角形ABCの辺BA、辺CAを延長した直線上にAD=AB、AE=ACとなる点D、点Eをそれぞれとります。このとき、BE=CDとなることを証明しなさい。

仮定 AB=AC
AD=AE

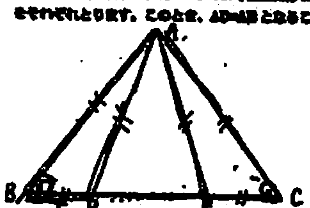
結論 BE=CD

使える根拠

証明 △ABEと△ACDで
AB=AC（仮定）…①
AD=AE（〃）…②
∠EAB=∠DAC（対頂角）…③
①②③より
2組の辺とその間の角がそれぞれ
等しいので、△ABE≡△ACD
よって、BE=CD

検証授業Ⅲ

問題 下の図のように、AB=ACの二等辺三角形ABCの辺BC上にBD=CEとなる点D、点Eをそれぞれとります。このとき、AD=AEとなることを証明しなさい。



仮定 AB=AC
BD=CE

結論 AD=AE

結論	AD=AE
どの三角形	△ABDと△ACE

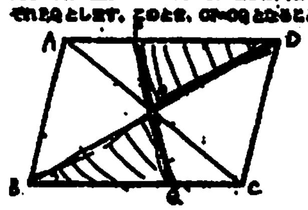
3組の辺　2組の辺とその間の角　1組の辺とその両端の角

使えそうな根拠

証明
△ABDと△ACEで
AB=AC（仮定）…①
BD=CE（仮定）…②
∠B=∠C（底角）…③
①②③より
二等辺三角形の2組の辺とその間の角が
それぞれ等しいので、△ABD≡△ACE
よって、AD=AE

△____と△____で
____=____（仮 定）…①
____=____（仮 定）…②
____=____（仮 定）…③
①②③より合同条件がそれぞれ等しいので
△____≡△____
よって____=____

問題 平行四辺形ABCDで下の図のように、対角線の交点Oを通る直線をひき、2辺AD、BCとの交点をそれぞれP、Qとします。このとき、OP=OQとなることを証明しなさい。



仮定 ▱ABCD
AB//DC
AD//BC

結論 OP=OQ

結論	OP=OQ
どの三角形	△OPDと△OQB

3組の辺　2組の辺とその間の角　1組の辺とその両端の角

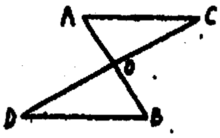
使えそうな根拠

証明 △OPDと△OQBで
∠PDO=∠OBQ（錯角）…①
OD=OB（対角線）…②
∠POD=∠BOQ（対頂角）…③
①②③より
1組の辺とその両端の角がそれぞれ
等しいので、△OPD≡△OQB
よって、OP=OQ

△____と△____で
____=____（仮 定）…①
____=____（仮 定）…②
____=____（仮 定）…③
①②③より合同条件がそれぞれ等しいので
△____≡△____
よって____=____

事前調査

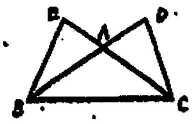
1 下の図のように線分ABと線分CDが点Oで交わっており、AO=BO、AC//DBとします。
このとき、CO=DOとなることを証明しなさい。



[仮定]　[結論]

[証明]

2 下の図のように、AB=ACの二等辺三角形ABCの[illegible]にAD=AEとなる点D、Eをそれぞれとります。
このとき、BE=CDとなることを証明しなさい。



[仮定]　[結論]

[証明]

事後調査

1 下の図のように線分ABと線分CDが点Oで交わっており、AO=BO、AC//DBとします。
このとき、CO=DOとなることを証明しなさい。

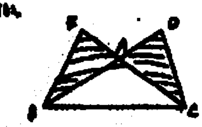
[仮定] AC // DB
AO = BO

[結論]
CO = DO

[証明]
AC = DB（仮　）……①
AO = BO（仮　）……②
△AOC ≡ △DOB（　）……③

[結論]
①②③は.

2 下の図のように、AB=ACの二等辺三角形ABCの[illegible]にAD=AEとなる点D、Eをそれぞれとります。このとき、BE=CDとなることを証明しなさい。



[仮定] AD = AE
AB = AC

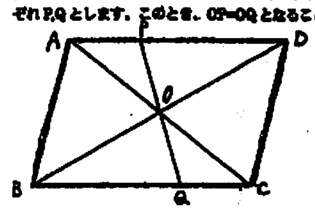
[結論] BE = CD

[証明] AE = AD（仮）……①
EB = DC（仮）……②
∠AEB = ∠ADC（　）……③

①②③は

検証授業Ⅲ

問題　平行四辺形ABCDで下の図のように、対角線の交点Oを通る直線をひき、2辺AD, BCとの交点をそれぞれP, Qとします。このとき、OP=OQとなることを証明しなさい。



[仮定] ▱ABCD
AB // DC, AD = BC
(∠AOB = ∠COD)

[結論] AO = CO

結論　AO = CO

どの三角形　△ABO と △COD

3組の辺　2組の辺とその間の角　1組の辺とその両端の角

使えそうな条件

[証明] △ABOと△COD
AB = DC（平行四辺形の向かい合う辺）……①
∠AOB = ∠COD（仮　）……②
∠ABO = ∠CDO（平行線の錯角）……③

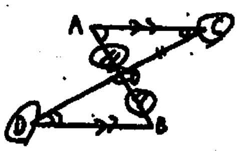
①②③より、~~2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので~~
対角線はそれぞれの中点で交わる
△ABO ≡ △COD
よってAO = CO

△＿＿と△＿＿で
＿＿＝＿＿（根　拠）・・①
＿＿＝＿＿（根　拠）・・②
＿＿＝＿＿（根　拠）・・③
①②③より合同条件がそれぞれ等しいので
△＿＿≡△＿＿
よって＿結　論＿

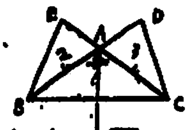
C 群　生徒 C2

事前調査

1 下の図のように線分ABと線分CDが点Oで交わっており、AO=BO、AC∥BDとします。このとき、CO=DOとなることを証明しなさい。



2 [illegible] AD=AE [illegible]
このとき、BE=CD となることを証明しなさい。



AO = DO　　CO = DO
∠C = ∠D

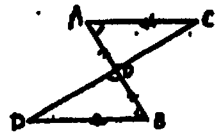
AD = AC　　BE = CD
AD = AE

△ABC と △

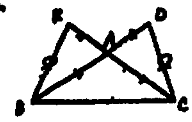
△ACD と △BDO で
AO = BO (仮定) …①
∠C = ∠D (錯角) …②
[illegible] …③
①②③より
[illegible]
△ACO ≡ △BDO
[illegible]
CO = DO

事後調査

1 下の図のように線分ABと線分CDが点Oで交わっており、AO=BO、AC∥BDとします。このとき、CO=DOとなることを証明しなさい。



2 下の図のように、AB=ACの二等辺三角形ABCの辺BA、辺CAを延長した直線上にAD=AEとなる点D、Eをそれぞれとります。このとき、BE=CDとなることを証明しなさい。



AO = BO
AC∥DB

AB = AC
AD = AE

CO = DO

BE = CD

△AOC と △BOD を [illegible]

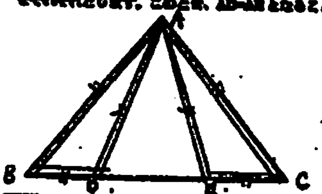
△ABE と △ACD を [illegible]

△AOC と △BOD で
AO = BO (仮定) …①
∠CAO = ∠DBO (錯角) …②
∠AOC = ∠BOD (対頂角) …③
①②③より
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
△AOC ≡ △BOD
よって CO = DO

△ABE と △ACD で
AB = AC (仮定) …①
AE = AD (仮定) …②
∠EAB = ∠DAC (対頂角) …③
①②③より
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので
△ABE ≡ △ACD
よって BE = CD

検証授業Ⅲ

[illegible] 下の図のように、AB=ACの二等辺三角形ABCの辺BC上にBD=CEとなる点D、Eをそれぞれとります。このとき、AD=AEとなることを証明しなさい。



AB = AC，BD = CE

AD = AE

結論	AD = AE
この三角形	△ABD と △ACE

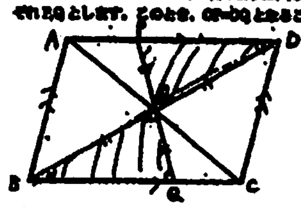
1組の辺　2組の辺とその間の角　1組の辺とその両端の角

[illegible]
2辺と間の角が等しい

△ABD と △ACE で
AB = AC (仮定) …①
BD = CE (仮定) …②
∠DBA = ∠ECA (底角) …③
①②③より
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので
△ABD ≡ △ACE
よって AD = AE

△＿＿と△＿＿で
＿＿＝＿＿ (理由) …①
＿＿＝＿＿ (理由) …②
＿＿＝＿＿ (理由) …③
①②③より[illegible]
△＿＿≡△＿＿
よって＿＿＝＿＿

[illegible] 平行四辺形ABCDで下の図のように、対角線の交点Oを通る直線をひき、辺AD、BCとの交点をそれぞれP、Qとします。このとき、OP=OQとなることを証明しなさい。



AB∥CD，AD∥CB
AO = OD

OP = OQ

結論	OP = OQ
この三角形	△POD と △QOB

1組の辺　2組の辺とその間の角　1組の辺とその両端の角

△POD と △QOB で
∠PDO = ∠QBO (錯角) …①
∠POD = ∠QOB (対頂角) …②
DO = BO (対角線) …③
①②③より
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
△POD ≡ △QOB
よって OP = OQ

△＿＿と△＿＿で
＿＿＝＿＿ (理由) …①
＿＿＝＿＿ (理由) …②
＿＿＝＿＿ (理由) …③
①②③より[illegible]
△＿＿≡△＿＿
よって＿＿＝＿＿