

第68次 印旛地区教育研究会
算数・数学研究部会（中学校）

研究主題

『資料の活用』の領域における知識・技能を高める指導の工夫

～全国学力・学習状況調査結果報告書の調査問題の解説を利用して～

日時：平成30年8月28日（火）
場所：ウィッシュトンホテル・ユーカリ

佐倉市立臼井南中学校 数学科

1. 研究主題

『資料の活用』の領域における知識・技能を高める指導の工夫
～全国学力・学習状況調査結果報告書の調査問題の解説を利用して～

2. 主題設定の理由

(1) 本校の教育目標の観点から

本校の学校教育目標は「汗をかく」である。生徒たちは、「自主・自立」、「自分たちでつくる行事」を合い言葉に、様々なことに、真摯に汗をかき、いろいろな活動に取り組んでいる。職員は「率先垂範」に努め、生徒たちより先に行動することを意識している。そして、目指す生徒像の一つとして「学ぶことの喜び、意味を大切にし、進んで学ぶことができる生徒」を掲げている。生徒たちに学びたいという意欲を引き出させ、基礎的・基本的な知識と技能を確実に習得させるとともに、課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力などの「活用する力」を育むことを目標としている。また、本校の研究主題は『「豊かな心」と「確かな学力」を持った生徒の育成』である。この中の「確かな学力」とは、基礎的・基本的な知識・技能を習得することであり、その知識・技能を活用し、自ら考え、判断し、表現することである。本校の生徒は学習意欲が高く、自己の能力を高めようとする姿勢が見られる。そういった点からも「進んで学習に取り組んでいく姿勢」をいっそう育てていくとともに、また、「知識・技能」を習得することが、思考力・判断力・表現力等を高めていくことにつながると考え、本研究では「知識・技能」の習得に焦点を当てていくこととした。

(2) 生徒の実態から（平成29年度）

本校は、13学級（2・3学年は4クラス、1学年は3クラス、特別支援は2クラス）、全校生徒363人の中規模校である。全体的に落ち着いた生活態度で学校生活を送っている。

毎年4月に中学3年生が行っている全国学力・学習状況調査の数学に関するアンケート結果（ここ3ヶ年の3年生の結果と今年度の1年生に同じ内容でアンケートをとった結果）を見ると、数学の学習が大切だと思っている生徒はとても多い。そして、どの年も90%を超える生徒が数学ができるようになりたいと思っている。また、数学の授業で問題の解き方や考え方方が分かるようノートに書いているという割合も高くなっています。数学に対しての取り組みが意欲的であることがわかる。一方で、数学の内容が分かるという生徒の割合が低い年があり、その年は「数学の勉強が好きですか」「数学の授業で学習したことは、将来、社会に出たときに役に立つと思いますか」という質問に対しての割合も低い傾向にある。分からぬから楽しくない、分からぬから役に立つとは思わない、と考えている生徒も多いのではないかと思う。（資料1-①）

全国学力・学習状況調査の数学A問題のここ3ヶ年の結果を見てみると、本校の生徒は、「数と式」「図形」の領域は正答率が高く、70%をこえているが、「関数」「資料の活用」の領域の正答率は低い傾向にある。その中でも「資料の活用」の領域は年々正答率が下がってきていている。また、1年次に学習する「資料の分析と活用」の単元にしぼって見てみると、全国の正答率も低いが、白井南中の正答率も決して高いとは言えないことがわかる。（資料1-②）

そこで、「わかるようになった」「できるようになった」という授業を展開していくことで、「知識・技能」を習得することは、「進んで学習に取り組んでいく姿勢」につながると考える。本校の生徒には、「知識・技能」の習得が必要であると考え、全国学力・学習状況調査の解説資料で報告のあった出題の趣旨、解説、解答類型、学習指導に当たって等を参考にして授業展開していくことで、「知識・技能」がしっかりと身についていくかを検証していくこととした。

以上のことから、主題を『資料の活用』の領域における知識・技能を高める指導の工夫とし、副題を全国学力・学習状況調査結果報告書の調査問題の解説を利用して、と設定した。

3. 研究の目標

第1学年の『資料の分析と活用』の単元において、全国学力・学習状況調査結果報告書の調査問題の解説を利用した授業を展開することで、「知識・技能」の定着が図れるであろうことを明らかにする。

4. 研究の仮説

仮説1 全国学力・学習状況調査結果報告書の調査問題の解説の「学習指導に当たって」を意識した授業を展開するとともに、毎時間、学習した内容の演習問題を行うことで、知識・技能が定着するであろう。

仮説2 年間指導計画を見直し、「資料の分析と活用」の授業時数を確保することで、知識・技能が定着するであろう。

5. 研究の方法・内容

(1) 本研究における「知識・技能」について

久保・久永（2010）は、数学の知識や技能が身に付いている状態について、次のように述べている。

数学の知識が身に付いているとは、単に数学の用語や公式を記憶しているということだけではなく、記憶している数学の知識が必要に応じて、正確に、的確に、また短時間に再生されることである。また、数学の技能を身に付けているということは、例えば計算ならば、その意味に戻らなくても形式的な手順を追って処理が正しく、また時間をかけずにできることである。

（久保良宏、久永靖史『数学科の指導計画作成と授業づくり』明治図書 2010）

したがって、数学の知識が身についているとは、数学の用語や記号、公式の意味を理解し、記憶する。また、それらが必要に応じて、正確に的確に短時間で再生されることとしている。技能については、計算等の形式的な手順の意味を理解し、短時間でできることであるとしている。

また、中学校学習指導要領解説数学編では、「知識」「技能」について次のように書かれている。

「知識」に関しては、学習するそれぞれの内容についての基礎的な概念や原理・法則などを確実に理解することが重要である。新しく学習する概念や原理・法則などは既習の知識と関連付け、より深く理解できるようにする。新たな知識を習得していく過程では、既存の知識と関連付けたり組み合わせたりしていくことにより、その内容に関する知識の確実な定着を図るようにする。

「技能」に関しては、適切な数学的な表現や処理ができるようになることなど問題発見・解決の基礎をなす技能を身に付けることが必要である。「技能」は、それを身に付ける過程において、「思考力、判断力、表現力等」及び「知識」とともに習得されるものであることにも留意する。また、複雑化する状況や問題に対して習得した技能を活用するためには、技能の習熟・熟達を目指すことも重要である。

上記のことから、本校では資料の分析と活用の分野において、「知識・技能」を次のように定義して、研究を進めていくこととした。

「基礎的・基本的な知識」… ①用語の意味を理解する
②相対度数や代表値などの求め方を知る。

「基礎的・基本的な技能」… ③相対度数や代表値を求めることができる。

(2) 研究の手立て

平成29年度の1年生に、授業実践後に過去の全国学力・学習状況調査における「資料の分析と活用」の単元の問題を実施して、過去5年間の臼井南中学校3学年の生徒が実施した結果との達成率を比較することにより、「知識・技能」の定着の度合いを検証する。

①仮説1に対して

全国学力・学習状況調査結果報告書の調査問題の解説（平成27年度～平成29年度）の「学習指導に当たって」に掲載された内容を意識した授業を展開する。また、毎時間、学習した内容の演習問題を行う時間をとり、知識・技能の定着を図る。

②仮説2に対して

『資料の分析と活用』の単元は、年間指導計画では1学年の最後に位置付けられているため、時数の確保がうまくできず、簡単に終わらせてしまっているというのが現状かもしれない。そこで、年間指導計画を見直し、第1章から第6章までの単元の内容を精選することで、2月には時数に余裕を持って『資料の分析と活用』の単元の学習に入り、授業時数を確保するとともに、知識・技能の定着を図ることとする。

6. 研究の具体的な内容

(1) 研究の実際

①仮説1に対して

全国学力・学習状況調査結果報告書の調査問題の解説（平成27年度～平成29年度）の「学習指導に当たって」に掲載された次の内容を意識した授業を展開した。（指導計画参照）また、毎時間問題演習を行い（指導計画ならびに資料参照）、知識・技能の定着を図った。

（学習指導に当たって）

I 資料を整理し、資料の傾向を読み取ることができるようとする

- ・目的に応じて収集したデータを度数分布表やヒストグラムなどに表す活動を取り入れ、資料を整理し、その傾向を読み取ることができるよう指導することが大切である。

II 相対度数の必要性と意味を理解できるようとする

- ・ある階級の度数の総度数に占める割合を求めて、資料の傾向を読み取る活動を取り入れ、相対度数の必要性と意味について理解できるよう指導することが大切である。

III 範囲の意味を理解できるようとする

- ・資料の散らばりの程度を捉える活動を行う際に、資料の最大値から最小値をひいた値を求めた上で、資料の範囲の意味を理解できるよう指導することが大切である。

IV 代表値の必要性と意味を理解し、代表値を求める能够とする

- ・分布の形が異なる様々な資料について、資料の傾向を捉るためにどの代表値を用いるかを考察する活動を取り入れ、代表値の必要性と意味を理解し、適切な代表値を求める能够とすることが大切である。
- ・目的に応じてデータを収集して整理し、資料の傾向を読み取る活動を取り入れ、資料の代表値を求める能够とすることが大切である。

指導計画

節	項	時数	学習内容	用語・記号
①資料の分析	度数の分布	1	<ul style="list-style-type: none"> ◎班別行動でバスを利用するとき、AルートとBルートのどちらのルートがよいかを考えてみよう <ul style="list-style-type: none"> ・Aルートの所要時間を表した柱状グラフ（ヒストグラム）から、その特徴を読みとる。 ・資料を晴れや曇りの日と、雨の日に分けて調べることを確認する。 	
		2	<ul style="list-style-type: none"> ◎2つのルートの所要時間の特徴を度数分布表を利用して読みとって比べよう <ul style="list-style-type: none"> ・度数分布表や階級、階級の幅、度数の意味 ・資料を度数分布表に整理すること ・問題演習（資料2-①） <p>☆資料を度数分布表に表し、資料を整理し、その傾向を読みとる。 (学習指導に当たってⅠ)</p>	階級、階級の幅、度数、度数分布表
		3	<ul style="list-style-type: none"> ◎2つのルートの所要時間の特徴をヒストグラムを利用して読みとって比べよう <ul style="list-style-type: none"> ・度数分布表からヒストグラムや度数折れ線をかくこと ・度数分布表やヒストグラムから、資料の分布のようすや特徴を読み取ること ・問題演習（資料2-②） <p>☆資料をヒストグラムに表し、その傾向を読みとる。 (学習指導に当たってⅠ)</p>	ヒストグラム、度数折れ線
		4	<ul style="list-style-type: none"> ◎バスの所要時間について、さらにくわしく調べてみよう <ul style="list-style-type: none"> ・相対度数の必要性とその意味 ・度数分布表から相対度数を求めること ・相対度数の表から、資料の分布のようすや特徴を読みとること ・問題演習（資料2-③） <p>☆相対度数を求める活動を行い、資料の比較をする活動を通して、相対度数の必要性と意味を理解する。(学習指導に当たってⅡ)</p>	相対度数
範囲と代表値		5	<ul style="list-style-type: none"> ◎資料の分布のようすや特徴をわかりやすく伝えることを考えてみよう <ul style="list-style-type: none"> ・範囲（レンジ）の意味とその求め方 ・代表値の意味 ・平均値、中央値（メジアン）、最頻値（モード）の意味とそれらの求め方 ・問題演習（資料2-④） <p>☆資料の範囲を求め、資料の散らばりの程度を捉える活動を行う。 (学習指導に当たってⅢ)</p> <p>☆代表値（平均値、中央値、最頻値）の意味を理解し、代表値を求める活動を行う。 (学習指導に当たってⅣ)</p>	範囲、レンジ、代表値、平均値、中央値、メジアン、最頻値、モード
		6	<ul style="list-style-type: none"> ◎資料の分布のようすや特徴をもとにして、資料の傾向をとらえ、説明してみよう <ul style="list-style-type: none"> ・範囲や平均値、中央値、最頻値を用いて、資料の特徴を調べたり、2つの資料を比較したりすること ・目的や資料のようすに応じて、用いる代表値を適切に選ぶ必要があること ・これまでに調べたことをもとに、導入の課題を自分なりに考え、説明すること ・問題演習（資料2-⑤） <p>☆資料の傾向を捉える活動ために、どの代表値が適切かを考察する活動を行う。 (学習指導に当たってⅣ)</p>	

基本問題	7	◎基本の問題に取り組もう ・基本の問題（教科書の問題） ・全国学力学習状況調査A問題の実施（資料3-①）	
②資料の活用	8	◎駅伝で優勝できるチームを作ろう（資料5-①） ・1000Mタイムトライアルの結果をもとに、選手をきめる ・資料を度数分布表やヒストグラムに表したり、範囲、代表値を用いてレポートを作成する	
	9	◎自分が作った駅伝チームを発表しよう（資料5-②） ・各自が作ったレポートをもとにして、自分が作った駅伝チームを発表する ・資料の分布のようすや特徴をもとにして、資料の傾向をとらえ、説明することができる。	
③近似値と有効数字	10	◎測定値の表し方について知ろう ・近似値、誤差の意味 ・真の値を不等号を使って表すこと ・誤差の絶対値の大きさ ・有効数字の意味 ・近似値を（整数部分が1けたの数）×（10の累乗）の形に表すこと ・有効数字の最終けたが0のときの表し方 ・問題演習（2～6）	近似値、誤差、有効数字
章の問題	11	◎章の問題に取り組もう ・章の問題（教科書の問題） ・全国学力学習状況調査B問題の実施（資料3-②）	

授業の実際は次の通り。（生徒のノートについては資料4-①～④参照）

【第1時】「バスの所要時間」の資料を使って、「班別行動でバスを利用するとき、AルートとBルートのどちらのルートの方がよいだろう」という課題を与えた。その中で、2つの資料を比較する方法を考えさせたところ、次のような考え方が出された。（資料4-①）

- ・平均を求める。
- ・グラフを書いてみる
- ・一番速いものと遅いものとの間をとって調べる
- ・AとBで同じ時間のものを消していき、残ったもので比べてみる。
- ・表の順番に一つひとつを比べていき、速かったものがどちらが多かったかを比べる。
- ・天候で分けてみる。

この授業を通して、資料をどのようにして比較していくかという意識づけができた。

【第2時】「バスの所要時間」の資料を使って、度数分布表を作成させた。階級や階級の幅、度数などの用語を確認しながら、資料の傾向の読み取りに適した階級の幅を考えさせた。その後、度数分布表の良いところについて考えさせたところ、次のような考え方が出された。（資料4-②）

- ・どのあたりに度数が集まっているかが分かる
- ・傾向が分かりやすい
- ・全体の幅が分かる
- ・見やすい
- ・比べやすい
- ・全体のどこにいるかがわかる。
- ・範囲がわかる

【第3時】「バスの所要時間」の資料を使って、ヒストグラムを作成させた。ヒストグラムの良いところについて考えさせたところ、次のような考え方が出された。(資料4-③)

- ・見た目で度数の多いところが分かりやすい
- ・比べやすい
- ・2つの資料を重ねて比べられる
- ・偏り方がひと目でわかる

2つの資料を比べるところで、「度数折れ線」につなげていった。

【第4時】「バスの所要時間」の度数分布表を使って、晴れや曇りの日と、雨の日とを比べ、所要時間にどのようなちがいがあるかを考えた。その中でデータの総数が大きく異なる資料を比較する場合、度数だけ比べてもあまり意味がないことに気づかせ、相対度数を作成させた。相対度数を利用することで、それぞれの階級の全体に対する割合がわかることの良さについて考えた。

【第5時】資料の傾向を捉える方法として、範囲の必要性と意味について確認する。範囲を求めるこ^とによって資料の傾向を読みとった。また、資料の分布のようすや特徴をとらえる方法として、平均値や中央値、最頻値などの代表値があることを知り、実際に求めてみる活動を行う。

(資料4-④)

【第6時】範囲や平均値、中央値、最頻値を用いて、資料の特徴を調べたり、2つの資料を比較した。その中で、目的や資料のようすに応じて、用いる代表値を適切に選ぶ必要があることをまとめた。

【第7時】教科書の基本の問題に取り組むとともに、全国学力学習状況調査A問題に取り組んだ。

【第8時】一人一人の1000Mタイムトライアルの資料をもとに、『駅伝で優勝できるチームを作ろう』という課題を考えるにあたり、資料を度数分布表やヒストグラムに表したり、範囲、代表値を用いて各自でレポートを作成した。レポート作成に当たっては、次の点に留意させた。

- ①自分がどのように考えたか、わかりやすく説明しよう。
- ②表やグラフを用いて説明しよう。
- ③ほかにどのようなことがわかっていると判断がしやすくなるかを考えよう。

【第9時】各自が作ったレポートをもとにして、自分が作った駅伝チームを発表する。レポートは実物投影機でスクリーンに映した。一人ひとりが、選手として5人を選んだ根拠についてしっかりと説明することができた。
(レポートについては資料5-①~②に掲載)

【第10時】近似値と誤差の意味を知り、近似値の真の値の範囲の表し方について考えた。また、有効数字の意味を知り、近似値を(整数部分が1けたの数)×(10の累乗)の形に表すことについて確認した。この表し方については、不安な生徒が多くいた。また、食品や飲料に表示されている0と0.0のちがいについて考えた。

【第11時】『資料の分析と活用』の章の問題に取り組むとともに、全国学力学習状況調査B問題に取り組んだ。

②仮説2に対して

「従来の予定時数」であった昨年度までの年間指導計画を「今年度の予定時数」のような形にして実施してみた。授業については、教務と相談をして時数確保に努めた。

	単元	従来の予定時数	今年度の予定時数	実施時数
1	正負の数	25	25	24
2	文字の式	21	21	19
3	方程式	14	14	15
4	比例・反比例	20	20	19
5	平面図形	17	17	17
6	空間図形	18	18	17
7	資料の分析と活用	10	11	11

(実施時数については3クラスの平均)

(2) 仮説の考察

①仮説1に対しての考察

平成29年度の1年生と過去5年間の白井南中学校3学年の生徒が実施した全国学力・学習状況調査における「資料の分析と活用」の単元の問題の達成率の比較は以下の通り。

平成25年度全国学力・学習状況調査

設問の概要	出題の趣旨	白井南	千葉県 (公立)	全国 (公立)	平成29年度 1年生
生徒35人がハンドボール投げを行い、記録の平均値が21mだったことについて、かららずいえる記述を選ぶ	平均値の意味を理解している	88.6	79.5	77.4	88.8
6月の日ごとの最高気温の分布を表したヒストグラムから、ある階級の相対度数を求める	ヒストグラムから相対度数を求めることができる	22.8	18.2	22.8	88.8

平成26年度全国学力・学習状況調査

設問の概要	出題の趣旨	白井南	千葉県 (公立)	全国 (公立)	平成29年度 1年生
生徒60人の通学時間の分布を表した度数分布表から、ある階級の相対度数を求める	度数分布表から相対度数を求めることができる	32.3	35.3	42.7	91.8
ハンドボール投げの記録の分布を表したヒストグラムから、記録の中央値を含む階級を選ぶ	ヒストグラムにおいて、中央値の意味を理解している	64.7	46.9	52.0	75.5

平成27年度全国学力・学習状況調査

設問の概要	出題の趣旨	白井南 (公立)	千葉県 (公立)	全国 (公立)	平成29年度 1年生
反復横とびの記録の中央値を求める	与えられた資料から中央値を求めることができる	51.0	44.1	46.0	69.4
度数分布表について、ある階級の度数を求める	与えられた資料の度数分布表について、ある階級の度数を求めることができる	82.4	74.2	75.9	94.9

平成28年度全国学力・学習状況調査

設問の概要	出題の趣旨	白井南 (公立)	千葉県 (公立)	全国 (公立)	平成29年度 1年生
読んだ本の冊数と人数の関係をまとめた表から、読んだ本の冊数の最頻値を求める	資料を整理した表から最頻値を読み取ることができる	61.7	41.7	45.5	72.4
ある郵便物の重さについて、デジタルはかりで表示された値を基に、真の値の範囲を選ぶ	測定値が与えられた場面において、近似値と誤差の意味を理解している	45.8	31.0	34.7	87.6

平成29年度全国学力・学習状況調査

設問の概要	出題の趣旨	白井南 (公立)	千葉県 (公立)	全国 (公立)	平成29年度 1年生
反復横とびの記録の範囲を求める	範囲の意味を理解している	24.6	24.1	28.6	88.8
6月1日から30日までの記録を表した度数分布表から、ある階級の相対度数を求める	与えられた度数分布表について、ある階級の相対度数を求めることができる	39.2	36.1	45.5	90.8

この結果から、全国学力・学習状況調査結果報告書の調査問題の解説（平成27年度～平成29年度）の「学習指導に当たって」に掲載された次の内容を意識した授業を展開するとともに、毎時間、学習した内容の演習問題を行った成果が出ていると判断できる。

②仮説2の考察

年間指導計画全体の見直しを図り、「資料の分析と活用」の単元の時数確保ができた。そのため、演習問題の時間をしっかりと確保することにより、知識・技能の習得が図れた。

7. 研究のまとめ

(1) 研究の成果

- 全国学力・学習状況調査における「資料の分析と活用」の単元のすべての問題に対して、今年度の1年生は平成25年度～平成29年度の3年生の達成率を上回ったことが、本研究の何よりの成果である。特に、平成25年度の相対度数を求める問題では64ポイントのアップ、平成26年度の相対度数を求める問題では59.5ポイントのアップ、平成28年度の真の範囲を求める問題では38.8ポイントのアップ、平成29年度の範囲を求める問題では51.6ポイントのアップなど、大きく達成率がアップしている問題が多数あった。
- 年間指導計画を見直し、「資料の分析と活用」の授業時数を確保することで、この単元の指導を余裕を持って行い、生徒にじっくり考えさせる時間を確保することができたことで、知識・技能の定着を図ることが検証できた。
- 全国学力・学習状況調査結果報告書の調査問題の解説の「学習指導に当たって」を意識した授業を展開するとともに、毎時間、学習した内容の演習問題を行うことで、知識・技能の定着を図ることができた。
- 「大会で優勝できる駅伝チームを作ろう」という課題に対して、各自がデータをもとにして平均値や範囲、最大値、最小値など「資料の分析と活用」の単元で学習してきたことをもとにし、資料を考えることができた。また、「今、調子のいい選手を選ぶべき」「ベストタイムの上位5人をえらぶべき」など、資料への活用能力が高まった。

(2) 今後の課題

- 本研究では、「資料の分析と活用」の単元の学習の中で、「知識・技能」の習得に力を入れたが、全国学力・学習状況調査のB問題の向上にも努め、記述の力をつけていくことも必要である。
- 本研究では、「資料の分析と活用」の単元の学習の中で、過去の全国学力・学習状況調査の問題を実施したが、学習した直後であれば達成率が高くなっているのは当然かもしれない。その点からも、今回の生徒たちが3年生になったときに行う全国学力・学習状況調査の達成率との比較をしてみたい。

参考文献・引用文献

久保良宏・久永靖史：数学科の指導計画作成と授業づくり、明治図書、pp17-18、2010

<研究主題>

数学的に表現する力を身につけるための実践

～文字の式を用いて説明する学習を通して～

1 研究主題

数学的に表現する力を身につけるための実践

～文字の式を用いて説明する学習を通して～

2 主題設定の理由

(1) 本校の教育目標の観点から

八街中央中学校は八街市の中心部に位置し、八街市立実住小学校と八街市立交進小学校の2校の卒業生からなる中学校で、1, 2, 3学年がそれぞれ5学級、特別支援学級が5学級の20学級からなる中規模校である。

① 学校教育目標から

【学校教育目標】豊かな人間性とたくましく生きる力を身につけた生徒の育成

【めざす生徒像】 やさしい心遣いができる
ねばり強く学習する
身体を鍛え、たくましい
自ら進んで働く
けじめがあり礼儀正しい

数学科ではこれらのことを受け、基礎基本の定着を図るとともに、言語活動の充実を話し合い活動の充実ととらえ、グループでの話し合いや発表の場を意図的に設定している。

② 本校の研究主題から

自分の考えや思いを主体的に表現し、協働的に学習できる生徒の育成

本校では学区の2小学校と連携して、平成27年度～29年度の3年間で

『児童・生徒が主体的・対話的に取り組む学習指導の在り方』～アクティブ・ラーニングを通して～を研究してきた。この3年間の取り組みでは、あらゆる教科においても協働的に取り組むことで、さまざまな生徒が手強い問題にも取り組んでいけることをつかめた。

数学科においても4人組でのグループ活動を多く取り入れ、そのことも今回の主題設定につながった。

(2) 生徒の実態から

① 全国学力・学習状況調査の結果から

平成29年度の数学B問題の[2](1)(2)(3)において、文字の式を利用して思考・表現する力を問う問題が出題されている。全国および本校の結果は以下の通りである。

問題番号		問題の概要	出題の趣旨の概要	全国		本校	
				正答率	無回答率	正答率	無回答率
②	(1)	六角形を5個つくるのに必要なストローの本数を求める。	問題場面における考察の対象を明確に捉えることができる。	80.4	1.3	70.7	5.0
	(2)	六角形をn個並べて6本ずつ囲んだときに、2回数えているストローをnを用いた式で表す。	与えられた説明の筋道を読み取り、事象を数学的に表現することができる。	44.1	8.3	24.3	19.3
	(3)	六角形をn個つくるのに必要なストローの本数を、 $6 + 5(n-1)$ という式で求めることができる理由を説明する。	事象と式の対応を的確に捉え、事柄が成り立つ理由を説明することができる。	5.8	23.4	1.7	47.0

正答率、無解答率ともに全国平均との差がある。とくに(2)での正答率の減少、無解答率の増加が著しく、全国平均からも大きく下回っている。

この結果から、文字の式を利用して思考・表現する力を問う問題を苦手としている生徒が多いことがわかった。

②情意面から

本校3年生における事前調査において、情意面における調査も行った。

「文字式を利用して説明することは好きですか」の問い合わせに対し、肯定的（あてはまる・ややあてはまる）な回答は24%であるのに対し、否定的（あてはまらない・ややあてはまらない）な回答は76%であった。

「文字式を利用して説明することは得意ですか」の問い合わせに対しても、肯定的（あてはまる・ややあてはまる）な回答は14%であったが、否定的（あてはまらない・ややあてはまらない）な回答は86%であった。

以上のことから、文字の式を用いて説明する学習を通じて数学的に表現する力を身につけさせたいと考え、本主題を設定した。

3 研究の目標

「数と式」の領域における「文字の式を利用して説明する学習」を、問題解決の段階にそった指導を行うことで、数学的に表現する力が高まることを明らかにする。

4 研究仮説

文字の式を利用して数や図形の性質を説明する学習において、問題解決の段階による課題を明確にし、問題解決の段階にそった指導を行うことで、見通しを持って数学的な表現を利用することができ、数学的に表現する力が身につくだろう。

5 研究の方法・内容

(1) 研究における「数学的に表現する力」の定義

小山正孝(2010)は、「数学的な表現力」について次のように定義している。

思考の過程や結果を、その根拠となることを明らかにして、数学的な表現を用いて、他者に分かるように、筋道を立てて表現したり、説明したりすることができる能力
久次満治(2014)は、「数学的な表現を用いて説明する力」について次のように定義している。

数式・文字式、数学用語など数学に固有な記号や表現を用いて、帰納や類推によって導かれた事柄を、演繹によって確かめ結論を導く力

そこで本研究では、「数学的に表現する力」の定義を次のようにする。

根拠を明らかにして数や文字や式を使って、帰納や類推によって導かれた事柄を筋道を立てて説明することができる力

なお、ここでの「説明する」は口頭による説明ではなく記述による説明をさすこととする。

(2) 研究の手立て

- ① 文字の式を利用して説明する学習の問題解決の段階を分析する。
- ② それぞれの段階での課題に対する実態を把握する。
- ③ それぞれの段階での課題に対する具体的な手立てを工夫する。

(3) 検証方法

授業実践の事前テストと事後テストを比較して、解答率、正答率、解答内容を比較し、変容を調べることで、実践の有効性を検証する。

6 研究の具体的内容

(1) 文字の式を利用して説明する学習の問題解決の場面の段階については、久次満治(2014)の研究をもとにして、大きく3つの段階に整理した。

問題解決の段階	具体的な場面	◎具体的な場面でのねらい、手立て
I 【問題把握】	①問題文を理解し、具体的な場面を想定する。 ②具体的な数値を用いて帰納的に性質を類推する。 ③仮定と結論を整理する。	「連続する整数」「偶数・奇数」「和・差・積」などの基礎用語の確認をし、定着を図る。 図形の論証の学習と結びつけて、論証の始まりと終わり、道すじを明確にする。 (3学年のみ、1、2年生は6段階で指導する。)
II 【見通しを立てる】	④結論につなげるための方針を立てる。	「与えられた条件を文字式で表して、～～の形にすればよい」という形で、意識させる。
III 【解決の実行】	⑤与えられた条件を文字式で表す。 ⑥式を結論につながる形に計算(変形)する。 ⑦文字の式を根拠として結論を説明する。	「連続する整数」「偶数・奇数の表し方」など基礎的な表現について確認し、定着を図る。 ただ単に計算するのではなく、方針を意識させ、結論につながる形への変形を意識させる。 できるだけ「〇〇であるから、△△である」という論理的な表現を使わせる。

(2) 研究の実際

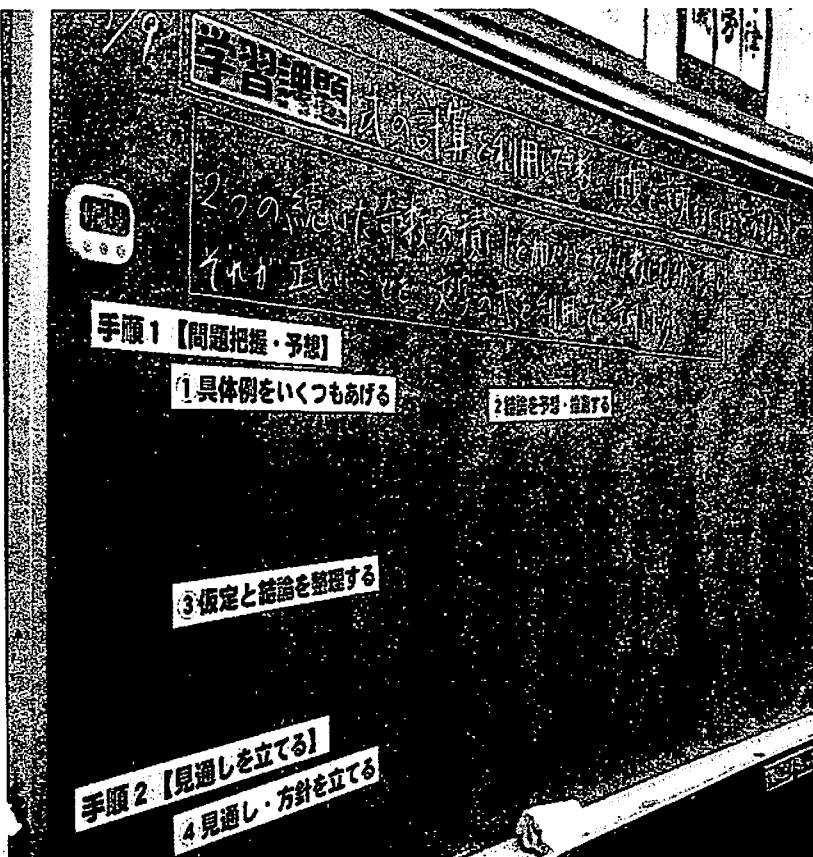
<授業実践Ⅰ> 中3「多項式」

時数	内容
	事前テスト「3つの続いた整数の和（3の倍数）」
1	整数の性質を説明する。 (例題) 「2つの続いた奇数の積に1を加える（偶数の2乗、4の倍数）」 (発展問題) 「2つの続いた偶数の積に1を加える（奇数の2乗）」 「2つの続いた整数で、大きい数の平方から小さい数の平方をひいた差（2数の和）」
2	カレンダーの中の数の並びに規則性を見つけ、証明する。 (例題) 「4つの数を長方形に囲んだとき、右上の数と左下の数の積から左上の数と右下の数の積を引いた差（7）」 (発展問題) 「3つの数を縦に囲んだとき、まん中の数の2乗から上下の数の積を引いた差（49）」
3	図形の性質を説明する。 (例題) 「1辺が $p\text{ m}$ の正方形の池の周囲に、幅 $a\text{ m}$ の道がある。道のまん中を通る線の長さを $\ell\text{ m}$ 、この道の面積を $S\text{ cm}^2$ とするとき、 a , ℓ , S の間には、どんな関係があるか。（ $S = a\ell$ ）」 (発展問題) 「半径が $r\text{ m}$ の円形の池の周囲に、幅 $a\text{ m}$ の道がある。(1)道のまん中を通る線の長さを $\ell\text{ m}$ とするとき、 ℓ を r と a を使って表しなさい。(2)この道の面積を $S\text{ cm}^2$ とするとき、 $S = a\ell$ の関係が成り立つことを証明しなさい。」
4	事後テスト「連続する3つの整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差（4の倍数）」

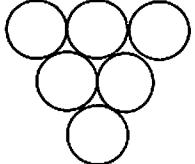
生徒の様子

事前テストの時には3つの続いた整数の和の具体例がかけていない生徒もいたが、手順を細かく(①～⑦)としたことで発展問題にも解答できるようになった生徒が多くいた。発展問題においては①～④でグループ活動をし、その後机を前向きにして全体で確認してから、⑤～⑦でもグループ活動で解決していった。

手順を細かくしたこととグループ活動を多くしたことで、自力で解決できない生徒も分かろうとする姿勢が多く見られた。



<授業実践Ⅱ> 中2「式の計算」

時数	内容																																										
	事前テスト「2つの統いた整数の和（奇数）」																																										
1	<p>○の中の数に規則性を見つけ、証明する。</p> <p>「3段に並んでいる○の1段目に、連続する3つの自然数を順に入れる。</p> <p>そして、隣り合う2つの数の和を2段目の○に入れ、同じようにして</p> <p>3段目の数を求める。3段目の数はどのような数になっているか調べ、説明しなさい。」</p> 																																										
2	<p>(例題) 3つの統いた整数の和は、どのような数になるか予想しなさい。</p> <p>また、そうなる理由を文字を使って説明しなさい。</p> <p>(類題) 2けたの自然数と、その数の一の位の数字と十の位の数字を入れかえた数の和は、どのような数になるか予想し、その予想が正しいことを、文字の式を利用して説明しよう。</p>																																										
3	<p>カレンダーの数の並びを説明する。</p> <p>(例題) 「カレンダーの数を十字に囲んで、囲んだ数の和の性質を見つけてみましょう。」</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <th>日</th><th>月</th><th>火</th><th>水</th><th>木</th><th>金</th><th>土</th></tr> <tr> <td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td></tr> <tr> <td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr> <tr> <td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr> <td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr> <tr> <td>28</td><td>29</td><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	日	月	火	水	木	金	土	1	2	3	4	5	6		7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31			
日	月	火	水	木	金	土																																					
1	2	3	4	5	6																																						
7	8	9	10	11	12	13																																					
14	15	16	17	18	19	20																																					
21	22	23	24	25	26	27																																					
28	29	30	31																																								
4	<p>事後テスト</p> <p>「カレンダーの数の並びで、縦に3つ並んだ数の和はどのような数になるか予想しなさい。</p> <p>また、そうなる理由を文字を使って説明しなさい。」</p>																																										

生徒の様子

2年生でも手順を細かく(①～⑦)し、ワークシートで進めていった。事前調査と比較して、無解答の生徒が減少した。回数を重ねるごとに具体から文字に移行出来る生徒が増えた。ただ、類題を解くときに手順を細かくしなかったときには、手順を踏めずに正解できない生徒が多くなってしまった。

(3) 仮説の検証・仮説の考察

<中3「多項式」>

手順を細かくし、繰り返すことで生徒の動きはこれまでの授業よりもよくなった。回数を重ねるごとに予想を立てる生徒も増加した。グループでの活動では手順が細かいことでも以上に意欲的に取り組む生徒の姿が見られた。

<中2「式の計算」>

○の中に数を書きこむ問題やカレンダーの問題は身近であり、興味を持って取り組むませることができた。手順を細かく(7段階)して取り組んだので回数を重ねるごとに解答できる生徒が増えた。ただ、慣れてきたところで具体例のみ書かせてから、以降の問題にスペースのみ取って解答させると無解答の生徒や文字の設定をせずにいきなり $n + 1$ などと出てきてしまう生徒が多数出てしまった。これはワークシートによる進行に慣れてしまったために、

誘導がないと解けない状態になってしまっていたと考えられる。

7 研究のまとめ

(1) 研究の成果

問題解決の手順を細かく指導することで、記述できる生徒が増え、正解者が増えた。（資料編参照）数学的に表現する力が高まったといえる。

(2) 今後の課題

ワークシートによる誘導がなくなったときに解答が書けない生徒が増えることへの対策が課題である。

3年生のある学級では、事前での好き、得意がともに4人減ってしまった。これはスマーチステップで進めたものの、面白さよりも難しさを多く感じた生徒がいたのではないかと考える。

[参考文献・引用文献]

- 1) 小山正孝(2010)：「算数教育における数学的理解の過程モデルの研究」
- 2) 久次満治(2014)：「数学的な表現力を用いて説明する力を高める授業の工夫
－ 文字式を用いた説明の構想を立てる学習を通して － 」
- 3) 国宗進・鈴木裕・小高博（1994）：「中1での文字式による論証の指導」

資料編

資料編 目次

3年生の指導案（略案）	1	～	3
3年生の指導プリント	4	～	6
2年生の指導案（略案）	7	～	9
2年生の指導プリント	10	～	13
3年生「式の計算の利用」事前調査	14		
3年生事前調査 解答の類型	15		
3年生「式の計算の利用」事後調査	16		
3年生事後調査 解答の類型	17		
3年生事後調査・生徒のプリント	18	～	19
3年生事前・事後の解答の類型比較表	20		
3年生事前・事後の比較・グラフ	21		
2年生「文字式の利用」事前調査	22		
2年生事前調査 解答の類型	23		
2年生「文字式の利用」事後調査	24		
2年生事後調査 解答の類型	25		
2年生事後調査・生徒のプリント	26		
2年生事前・事後の比較・グラフ	27		

中3

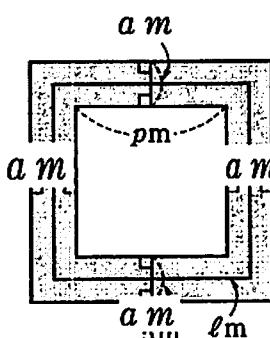
【1時間目】(既習内容の確認と、手順の理解)

時配	学習内容と学習活動	指導・支援 ○評価	資料
15	<p><学習課題> 文字の式を利用して、数の性質を説明するにはどうすればよいか</p> <p>1. 事前テストの復習を通して 既習内容の確認をする。</p> <p>3つの続いた整数の和は、どんな数になるか予想しなさい。 また、そうなる理由を文字を使って説明しなさい。</p> <p>手順1【問題把握】 ①「3つの続いた整数の和」の確認 ②「どんな数になるか」を推測する ③仮定と結論を整理する 手順2【見通しを立てる】 ④結論につなげるための方針を立てる 手順3【解決の実行】 ⑤「3つの続いた整数」を文字式で表す ⑥式を変形し結論につながる形にする ⑦文字の式を根拠に結論を説明する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 手順を意識させる 他の例も確認する 見通し(方針)を立てることを強調する。 「～の形にする」 根拠を明確にさせる。 「～なので、～である」 	プリント 手順カード
10	<p>2. 本時の問題を手順にそって取り組む</p> <p>2つの続いた奇数の積に1を加えるとどんな数になるか予想し、 その予想が正しいことを、文字の式を利用して説明しよう。</p> <p>(1)①～④について、グループで取り組む 【問題把握】 ①具体例をあげる ②「どんな数になるか」を予想する ③仮定と結論を整理する 【見通しを立てる】 ④結論につなげるための方針を立てる (2)①～④について、全体で確認する</p>		プリント
15	<p>(3)⑤～⑦について、グループで取り組む 【解決の実行】 ⑤「2つの続いた奇数」を文字式で表す ⑥式を変形し結論につながる形にする ⑦文字の式を根拠に結論を説明する。 (4)⑤～⑦について、全体で確認する</p>		
5	<p>3.まとめ</p> <p>文字の式を利用して数の性質を説明するには ①具体的な例から結論を予想する。 ②結論をいうための方針を立てる。 ③根拠を明確に説明をする。</p> <p>・適応問題を宿題とする。</p>		

【2時間目】(手順の確認と適用)

時配	学習内容と学習活動	指導・支援 ○評価	資料																																										
5	<p><学習課題>カレンダーの数の並びには、どんな性質があるか。</p> <p>1. 手順の確認 ・手順1【問題把握】 ・手順2【見通しを立てる】 ・手順3【解決の実行】</p>	大きく3段階で進めたことを確認する。	プリント																																										
25	2. 本時の問題を手順にそって取り組む		プリント																																										
	<p>右は今月のカレンダーである。左上のように4つの数を囲むとき、その4つの数について、「右上の数と左下の数の積から、左上の数と右下の数の積をひいた差」は、どんな数になるか予想し、そのことを証明しなさい。</p>	<table border="1"> <tr><td>日</td><td>月</td><td>火</td><td>水</td><td>木</td><td>金</td><td>土</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr> <tr><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr> <tr><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	日	月	火	水	木	金	土	1	2	3	4	5	6		7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31				
日	月	火	水	木	金	土																																							
1	2	3	4	5	6																																								
7	8	9	10	11	12	13																																							
14	15	16	17	18	19	20																																							
21	22	23	24	25	26	27																																							
28	29	30	31																																										
(3) (5) (10) (7)	(1)問題の確認 (2)個人で取り組む (3)グループで取り組む (4)全体で確認する	・机間巡視をし、必要に応じてヒントや確認を行う。																																											
15	3. 類題に取り組む	<table border="1"> <tr><td>日</td><td>月</td><td>火</td><td>水</td><td>木</td><td>金</td><td>土</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr> <tr><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr> <tr><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	日	月	火	水	木	金	土	1	2	3	4	5	6		7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31				
日	月	火	水	木	金	土																																							
1	2	3	4	5	6																																								
7	8	9	10	11	12	13																																							
14	15	16	17	18	19	20																																							
21	22	23	24	25	26	27																																							
28	29	30	31																																										
	<p>右のように縦に3つの数を囲むとき、「まん中の数の2乗から上下の数の積をひいた差」はどんな数になるか予想し、説明しなさい。</p> <p>(1)グループ隊形で取り組む (2)全体で確認する</p>	・原則として個人で取り組むようにする。																																											
5	4. まとめ																																												
	<p>カレンダーの数の並びには様々な性質があり、式の計算を利用して証明できる。</p> <p>・適応問題をやる。(宿題とする)</p>																																												

【3時間目】(図形の性質を説明する)

時配	学習内容と学習活動	指導・支援 ○評価	資料
2	<p><学習課題></p> <p>式の計算を利用して、図形の性質を説明するにはどうするか。</p> <p>1. 手順の確認</p> <ul style="list-style-type: none"> ・手順1【問題把握】 ・手順2【見通しを立てる】 ・手順3【解決の実行】 	大きく3段階で進めたことを確認する。	プリント
3	<p>2. 問題を把握する</p> <p>(問題)</p> <p>右の図のように、1辺が $p\text{ m}$ の正方形の池の周囲に、幅 $a\text{ m}$ の道がある。この道の真ん中を通る線の長さを $\ell\text{ m}$、この道の面積 $S\text{ m}^2$ とするとき、a, ℓ, S の間には、どんな関係があるだろうか。</p> <p>文字の式を利用して説明しなさい。</p>		プリント
5	<p>3. 予想する</p> <ul style="list-style-type: none"> ・黒板用の図形の操作を見ながら、予想をする。 <p>予想 $S = a\ell$</p>	・黒板用の図を操作することで予想を誘導する。	
20	<p>4. 解決の実行</p> <ol style="list-style-type: none"> (1)個人で取り組む (2)グループで取り組む (3)全体で確認する 	・机間指導を行いながら、必要に応じてヒントを与える。	
5	<p>4. まとめ</p> <p>1つの数量を、2通りの表し方で表せないか、考える。</p>		
15	5. 発展問題をやる。(宿題とする)		プリント

式の計算の利用（事前テストの復習）

3つの続いた整数の和は、どんな数になるか予想しなさい。
また、そうなる理由を文字を使って説明しなさい。

【問題把握】

① 「3つの続いた整数の和」の具体例

「2つの続いた整数」

「整数」
「自然数」
「和」
「差」
「」
「」

② 「どんな数になるか」

【解決の実行】

⑤ 「3つの続いた整数」を
文字の式で表す。
(もっとも小さい数を n とする)

整数を n とおくと

「偶数」

「奇数」

「連続した2つの整数」

「連続した2つの偶数」

「連続した2つの奇数」

「十の位が a で一の位が b の数」

⑥ 式を変形して、結論につながる形にする。

③ この問題の仮定と結論を整理しよう

仮定：

結論

【方針を立てる】結論につなげるためには、どう形に変形すればよいか。

「偶数」

という形にすればよい。

「奇数」

「5の倍数」

⑦ 文字の式を根拠に結論を説明しよう。

であるから

である。

したがって、

(仮定) _____

(結論) _____

式の計算の利用（カレンダーの秘密）

3年 組 氏名 _____

<問題>

右は今月のカレンダーである。
左上のように4つの数を囲むとき、
その4つの数について
「右上の数と左下の数の積から、
左上の数と右下の数の積をひいた差」は、どんな数になるか予想し、
そのことを証明しなさい。

日	月	火	水	木	金	土
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

【問題把握】例を3通り計算し、結果を予想しなさい。

1	2
8	9

--

--

(予想) 右上の数と左下の数の積から、左上の数と右下の数の積を
ひいた差は、 _____ になる。

【方針を立てる】

与えられた条件を文字式で表して、式を変形させることで、

--

という形にすればよい。

【解決の実行】(説明)

を n とおくと、

4つの数は、 n , _____, _____, _____ と表せる。

式

ことば

(類題)

右のように縦に3つの数を囲むとき、
「まん中の数の2乗から上下の数の
積をひいた差」はどんな数になるか
予想し、説明しなさい。

日	月	火	水	木	金	土
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

(予想)

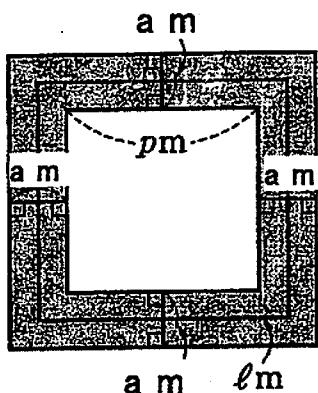
(説明)

式の計算の利用（図形の性質を説明しよう）

3年 組 氏名 _____

（問題）

右の図のように、1辺が p m の正方形の池の周囲に、幅 a m の道がある。この道の真ん中を通る線の長さを l m , この道の面積 S m² とするとき、 a , l , S の間には、どんな関係があるだろうか。
文字の式を利用して説明しなさい。



【解決の実行】

(1) S を a , p を使って表す。

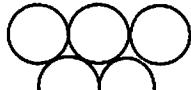
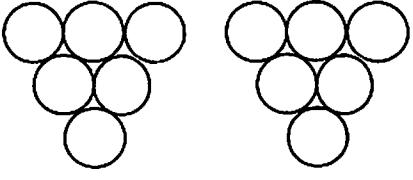
(2) l を a , p を使って表す。

(3) 上の2つの結果を、方針に従って比較してみる。

（予想） a , l , S の間には、次の式が成り立つ。

【方針を立てる】

【1時間目】(既習内容の確認と手順の理解)

時記	学習内容と学習活動	指導・支援	○評価	資料
2	<p><学習課題></p> <p>文字を利用して数の性質を説明するにはどうしたらよいか</p> <p>1. 本時の問題を手順にそって取り組む 手順1 【問題把握】</p>			
5	<p>3段に並んでいる○の1段目に、連続する3つの自然数を順に入れる。そして、隣り合う2つの数の和を2段目の○に入れ、同じようにして3段目の数を求める。3段目の数はどのような数になっているか調べ、説明しなさい。</p>	<p>1段目</p>  <p>2段目</p>  <p>3段目</p> 		
	<ul style="list-style-type: none"> 具体的な数を入れて、3段目の数はどのような数になっているか予想する。 (グループ) 	<ul style="list-style-type: none"> 1段目に連続する3つの数を何組か入れて考える。 1段目の真ん中の数の4倍になっている。 4の倍数になっている。 <p>○3段目の数のきまりを見つけることができる。</p> 		プリント
20	手順2 【見通しを立てる】(全体)	・「 $4 \times (\text{整数})$ の形になればよい」		
18	手順3 【解決の実行】(グループ) 文字式を入れた図を参考にして、文字式の説明を記述する。			
5	3. まとめ			
	<p>文字の式を利用して整数の性質を説明するには</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 具体的な例から結果を予想する。 ② 予想が正しいことをいうための方針を立てる。 ③ 根拠を明確に説明する。 			

【2時間目】(手順の確認と適用)

時配	学習内容と学習活動	指導・支援 ○評価	資料
7	<p><学習課題></p> <p>文字の式を利用して整数の性質を説明するにはどうすればよいか。</p> <p>1. 手順の確認</p> <ul style="list-style-type: none"> ・手順1 【問題把握】 ・手順2 【見通しを立てる】 ・手順3 【解決の実行】 	<ul style="list-style-type: none"> ・大きく3段階で進めたことを確認する。 	
20	<p>2. 本時の問題を手順にそって取り組む</p> <p>3つの続いた整数の和は、どのような数になるか予想しなさい。 また、そうなる理由を文字を使って説明しなさい。</p> <p>手順1 【問題把握】(グループ)</p> <p>① 「3つの続いた整数の和」の確認</p> <p>② 「どのような数になるか」を推測する</p> <p>手順2 【見通しを立てる】(全体)</p> <p>③ 結論につなげるための方針を立てる 「$3 \times (\text{整数})$ の形にする」</p> <p>手順3 【解決の実行】(グループ)</p> <p>④ 「3つの続いた整数」を文字式で表す</p> <p>⑤ 式を変形し結論につながる形にする</p> <p>⑥ 文字の式を根拠に結論を説明する</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・3, 4, 5 や 16, 17, 18 のように具体的な数を挙げる。 ・3の倍数になる。 ・「仮定」や「結論」という言葉は未習事項であるため、注意する。 ・見通し(方針)を立てることを強調する。「～の形にする」 ・根拠を明確にさせる。 「～なので、～である」 	
18	3. 類題に取り組む		
(10) (8)	<p>2けたの自然数と、その数の一の位の数字と十の位の数字を入れかえた数の和は、どのような数になるか予想し、その予想が正しいことを、文字の式を利用して説明しよう。</p> <p>(1) グループ隊形で取り組む</p> <p>(2) 全体で確認する</p>		
5	3.まとめ		
	<p>整数が○○であることの説明</p> <ul style="list-style-type: none"> ・偶数・・・$2 \times (\text{整数})$ ・奇数・・・$2 \times (\text{整数}) + 1$ ・□の倍数・・・$\square \times (\text{整数})$ 	<p>で表されることを示せばよい。</p>	

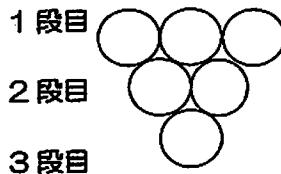
【3時間目】(発展問題)

時配	学習内容と学習活動	指導・支援 ○評価	資料																																										
5	<p><学習課題></p> <p>カレンダーの数の並びには、どのような性質があるか。</p> <p>1. 手順の確認</p> <ul style="list-style-type: none"> ・手順1 【問題把握】 ・手順2 【見通しを立てる】 ・手順3 【解決の実行】 	<ul style="list-style-type: none"> ・大きく3段階で進めたことを確認する。 																																											
30	<p>2. 本時の問題を手順にそって取り組む</p> <p>カレンダーの数を十字に囲んで、囲んだ数の和の性質を見つけてみましょう。</p>	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <th>日</th><th>月</th><th>火</th><th>水</th><th>木</th><th>金</th><th>土</th></tr> <tr> <td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td></tr> <tr> <td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr> <tr> <td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr> <td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr> <tr> <td>28</td><td>29</td><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	日	月	火	水	木	金	土	1	2	3	4	5	6		7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31				
日	月	火	水	木	金	土																																							
1	2	3	4	5	6																																								
7	8	9	10	11	12	13																																							
14	15	16	17	18	19	20																																							
21	22	23	24	25	26	27																																							
28	29	30	31																																										
(5)	<p>手順1 【問題把握】(個人)(グループ)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・「+」に具体的な数を入れ、5つの数の和がどのような数になるか予想する。 																																												
(10)	<p>手順2 【見通しを立てる】(全体)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・「$5 \times$ (整数) の形にする」 																																												
(15)	<p>手順3 【解決の実行】(グループ)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・文字の式で表し、説明を記述する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・全体で流れを確認する。 																																											
10	<p>3. 類題を解く</p> <ul style="list-style-type: none"> ・「×」に囲んだ場合で考える。 	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <th>日</th><th>月</th><th>火</th><th>水</th><th>木</th><th>金</th><th>土</th></tr> <tr> <td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td></tr> <tr> <td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr> <tr> <td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr> <td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr> <tr> <td>28</td><td>29</td><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	日	月	火	水	木	金	土	1	2	3	4	5	6		7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31				
日	月	火	水	木	金	土																																							
1	2	3	4	5	6																																								
7	8	9	10	11	12	13																																							
14	15	16	17	18	19	20																																							
21	22	23	24	25	26	27																																							
28	29	30	31																																										
5	3. 本時のまとめをする。																																												

文字式の利用①

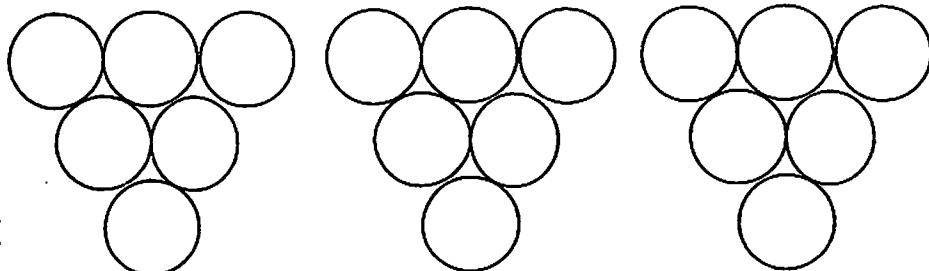
<問題>

3段に並んでいる○の1段目に、連続する3つの自然数を順に入れる。そして、隣り合う2つの数の和を2段目の○に入れ、同じようにして3段目の数を求める。3段目の数はどのような数になっているか調べ、説明しなさい。



【問題把握】

① 具体的な数を○の中に入れて計算してみよう。



10

② ①より、3段目の数が「どんな数になるか」予想しよう。

3段目の数は「 」になるだろう。

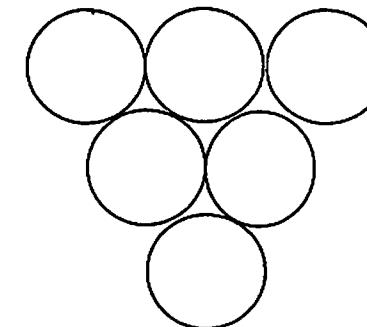
【見通しを立てる】

③ ②の予想につなげるためには、式をどんな形に変形すればよいか。

与えられた条件を文字式で表して、式を変形させることで、
という形にすればよい。

【解決の実行】

④ ○の中を文字の式で表してみよう。



⑤ 式を变形して、予想につながる形にしてみよう。

⑥ 文字の式を根拠に説明しよう。

_____であるから、
_____である。

自己評価	2年	組	番	名前	いいえ	はい
・意欲的に取り組むことができましたか。	4	3	2	1	←	→
・内容や説明の流れは理解できましたか。	4	3	2	1		
・自分の力で進めることができましたか。	4	3	2	1		

文字式の利用②ー1

〈問題〉

3つの続いた整数の和は、どのような数になるか予想しなさい。
また、そうなる理由を文字を使って説明しなさい。

【問題把握】

① 「3つの続いた整数の和」の具体例を3つ以上書こう。

【解決の実行】

④ 3つの続いた整数を文字の式で表そう。
(もっとも小さい数をnとする)

(まん中の数をnとする)

⑤ 式を変形して、予想につながる形にしてみよう。

② 3つの続いた整数の和が「どのような数になるか」予想しよう。

3つの続いた整数の和は「」になるだろう。

【見通しを立てる】

③ ②の予想につなげるためには、式をどんな形に変形すればよいか。

与えられた条件を文字式で表して、式を変形させることで、
という形にすればよい。

⑥ 文字の式を根拠に説明しよう。

_____であるから、

_____である。

〈自己評価〉	2年	組	番	名前	はい	いいえ
・意欲的に取り組むことができましたか。	4	3	2	1		
・内容や説明の流れは理解できましたか。	4	3	2	1		
・自分の力で進めることができましたか。	4	3	2	1		

文字式の利用②ー2

＜問題＞

2けたの自然数と、その数の一の位の数字と十の位の数字を入れかえた数の和はどのような数になるか予想し、その予想が正しいことを、文字の式を利用して説明しよう。

【問題把握】【見通しを立てる】

- ① 具体例を3つ以上あげ、予想を立てよう。

(予想) 2けたの自然数と、その数の一の位の数字と十の位の数字を入れかえた数の和は「 $10a + b + a + b = 11a + 2b$ 」になる。

【方針】与えられた条件を文字式で表して、変形させることで、「 $11(a + b)$ 」という形にすればよい。

【解決の実行】

2年 組 番 名前 _____

文字式の利用②ー2

＜問題＞

2けたの自然数と、その数の一の位の数字と十の位の数字を入れかえた数の和はどのような数になるか予想し、その予想が正しいことを、文字の式を利用して説明しよう。

【問題把握】【見通しを立てる】

- ② 具体例を3つ以上あげ、予想を立てよう。

(予想) 2けたの自然数と、その数の一の位の数字と十の位の数字を入れかえた数の和は「 $10a + b + a + b = 11a + 2b$ 」になる。

【方針】与えられた条件を文字式で表して、変形させることで、「 $11(a + b)$ 」という形にすればよい。

【解決の実行】

2年 組 番 名前 _____

文字式の利用③

<問題>

カレンダーの数を十字に囲み、囲んだ5つの数の和の性質を見つけてみましょう。

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

【問題把握】

① 具体的な数で計算しましょう。

② ①より、囲んだ5つの数の和が「どんな数になるか」予想しよう。

囲んだ5つの数の和は「 」になるだろう。

【見通しを立てる】

③ ②の予想につなげるためには、式をどんな形に変形すればよいか。

与えられた条件を文字式で表して、式を変形させることで、

という形にすればよい。

【解決の実行】

④ 囲んだ5つの数を文字の式で表してみよう。

⑤ 式を変形して、予想につながる形にしてみよう。

⑥ 文字の式を根拠に説明しよう。

であるから、

である。

<練習>

「X」の形に囲んだ5つの数の和の性質を見つけましょう。

(予想)

(説明)

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

「式の計算の利用」事前調査 3年 組 番 氏名

(問題) 3つの続いた整数の和はどんな数になるか、予想しなさい。
また、そうなる理由を文字を使って説明しなさい。

この問題を、次の(1)~(7)の手順で答えなさい。

(1) 「3つの続いた整数の和」の具体的な例を3通り計算しなさい。

--	--	--

(2) (1)のことから、「3つの続いた整数の和」が、どんな数になるか予想しなさい。

3つの続いた整数の和は、必ず「」になる。

(3) (2)の予想の「仮定」と「結論」を書き出しなさい。

仮定	結論
----	----

(4) この問題を解く方針についての次の文章の□に言葉の式をあてはめなさい。

この問題を証明するためには、与えられた条件を文字の式で表し、

問題にそって式を変形し、□という形にすればよい。

(5) もっとも小さな整数をnとおくと、「3つの続いた整数」は、どう表せるか。

,	,	,
---	---	---

(6) (5)を用いて、「3つの続いた整数の和」を計算しなさい。

--

(7) (6)の計算の結果から、予想が正しいことを説明しなさい。

--

<アンケート>

あてはまる ←————→ あてはまらない

① 「文字式を利用して説明すること」は好きですか。 4 . 3 . 2 . 1

理由

② 「文字式を利用して説明すること」は得意ですか。 4 . 3 . 2 . 1

理由

「式の計算の利用」事前調査 解答の類型

(1) 「3つの続いた整数の和」の具体的な例を3通り計算しなさい。

1	「 $1+2+3=6$ 」など、具体的な例を正しく3通りあげたもの	◎
2	「 $1+2+3=6$ 」など具体的な例が、1~2通り正しくあげられたもの 6, 9, 12など、「和」のみ答えているもの $1+2+3$ など、「式」のみ答えているもの	△
3	1, 2, 3など、「続いた数」はわかっているが、「和」がわかっていない	×
4	「 $1+1+1=3$ 」など、「続いた数」がわかっていない	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

(2) (1)のことから、「3つの続いた整数の和」が、どんな数になるか予想しなさい。

1	3の倍数	◎
2	真ん中の数の3倍	◎
3	整数、自然数、(不正解とは言い切れないが、不十分であるもの)	△
4	偶数、奇数、正の数、2の倍数(正しくない予想)	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

(3) (2)の予想の「仮定」と「結論」を書き出しなさい。

1	「3つの続いた整数の和」ならば「3の倍数」または「真ん中の数の3倍」	◎
2	「3つの続いた整数」ならば「和が3の倍数」または「和が真ん中の数の3倍」	○
3	仮定のみ正解	△
4	結論のみ正解	△
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

(4) この問題を解く方針についての次の文章の□に言葉をあてはめなさい。

1	「 $3 \times$ 整数」または「 $3 \times$ (真ん中の数)」	◎
2	「3の倍数」「真ん中の数の3倍」	○
3	$3n$, $3(n+1)$, $3 \times n$, $3 \times (n+1)$ など	○
4		
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

(5) もっとも小さな整数をnとおくと、「3つの続いた整数」は、どう表せるか。

1	$n, n+1, n+2$	◎
2	$n-1, n, n+1$ など、問題文を読み落としてるもの	○
3	$n+1, n+2, n+3$	△
4	$n, 2n, 3n$	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

(6) (5)を用いて、「3つの続いた整数の和」を計算しなさい。

1	$3(n+1)$	◎
2	$3n+3$	○
3	$6n$	×
4	$3n$	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

(7) (6)の計算の結果から、予想が正しいことを説明しなさい。

1	$n+1$ は整数なので、 $3(n+1)$ は3の倍数(または、真ん中の数の3倍)	◎
2	$3(n+1)$ は3の倍数(または、真ん中の数の3倍)	△
3	$3n+3$ は、3の倍数	△
4	n は整数なので、 $3(n+1)$ は3の倍数	△
5	その他の誤答、不十分(なので3つの続いた数の和は、3の倍数)	×
0	無回答	-

「式の計算の利用」事後調査 3年 組 番 氏名

(問題) 連続する3つの整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差はどんな数になるか予想しなさい。また、このことを文字の式を利用して説明しなさい。

この問題を、次の(1)～(7)の手順で答えなさい。

- (1) 「連続する 3 つの整数で、もつとも大きい数の 2 乗からもつとも小さい数の 2 乗をひいた差」の具体的な例を 3 通り計算しなさい。

- (2) (1)の「連続する3つの整数で、もつとも大きい数の2乗からもつとも小さい数の2乗をひいた差」がどんな数になるか予想しなさい。

連続する 3 つの整数で、もっとも大きい数の 2 乗からもっとも小さい数の 2 乗をひいた差、「 $2n^2 - 2$ 」になる。

- (3) (2)の予想の「仮定」と「結論」を書き出しなさい。

仮定	結論
----	----

- (4) この問題を解く方針についての次の文章の□に言葉の式をあてはめなさい。

この問題を証明するためには、与えられた条件を文字の式で表し、

問題にそって式を変形し、という形にすればよい。

- (5) もっとも小さな整数を n とおくと、「連続する 3 つの整数」は、どう表せるか。

• • •

- (6) (5)を用いて「もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差」を計算しなさい。

1000

- (7) (6)の計算の結果から、予想が正しいことを説明しなさい。

1000

＜アンケート＞

あてはまる ← → あてはまらない

- ①「文字式を利用して説明すること」は好きですか。 4 . 3 . 2 . 1

理由

- ②「文字式を利用して説明すること」は得意ですか。 4 . 3 . 2 . 1

物理

「式の計算の利用」事後調査 解答の類型

(1) 「3つの続いた整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗を引いた差」の具体的な例を3通り計算しなさい。

1	「 $3^2 - 1^2 = 8$ 」など、具体的な例を正しく3通りあげたもの	◎
2	「 $3^2 - 1^2 = 8$ 」など具体的な例が、1~2通り正しくあげられたもの 8, 12, 16など、「和」のみ答えているもの $3^2 - 1^2$ など、「式」のみ答えているもの	△
3	1, 3など、「続いた数のもっとも大きい数ともっとも小さい数」は、わかっているが、「2乗」「差」がわかつていない	×
4	「続いた数のもっとも大きい数ともっとも小さい数」がわかつっていない	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

(2) (1)のことから、「3つの続いた整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗を引いた差」が、どんな数になるか予想しなさい。

1	4の倍数	◎
2	真ん中の数の4倍	◎
3	整数、自然数、偶数（不正解とは言い切れないが、不十分であるもの）	△
4	奇数、3の倍数（正しくない予想）	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

(3) (2)の予想の「仮定」と「結論」を書き出しなさい。

1	「3つの続いた整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗を引いた差」ならば「4の倍数」または「真ん中の数の4倍」	◎
2	「3つの続いた整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗を引いたならば」ならば「差が4の倍数」または「差が真ん中の数の4倍」	○
3	仮定のみ正解	△
4	結論のみ正解	△
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

(4) この問題を解く方針についての次の文章の□に言葉をあてはめなさい。

1	「 $4 \times$ 整数」または「 $4 \times$ （真ん中の数）」	◎
2	「4の倍数」「真ん中の数の4倍」	○
3	$4n, 4(n+1), 4 \times n, 4 \times (n+1)$ など	○
4		
5	その他の誤答	×
3	$n+1, n+2, n+3$	△
4	$n, 2n, 3n$	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

(5) もっとも小さな整数をnとおくと、「3つの続いた整数」は、どう表せるか。

1	$n, n+1, n+2$	◎
2	$n-1, n, n+1$ など、問題文を読み落としてるもの	○
3	$n+1, n+2, n+3$	△
4	$n, 2n, 3n$	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

(6) (5)を用いて、「3つの続いた整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗を引いた差」を計算しなさい。

1	$4(n+1)$	◎
2	$4n+4$	○
3	$8n$	×
4	$4n$	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

(7) (6)の計算の結果から、予想が正しいことを説明しなさい。

1	$n+1$ は整数なので、 $4(n+1)$ は4の倍数（または、真ん中の数の4倍）	◎
2	$4(n+1)$ は4の倍数（または、真ん中の数の4倍）	△
3	$4n+4$ は、4の倍数	△
4	n は整数なので、 $4(n+1)$ は4の倍数	△
5	その他の誤答、不十分	×
0	無回答	-

「式の計算の利用」事後調査 3年 5組 番 氏名

(問題) 連続する3つの整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差はどんな数になるか予想しなさい。また、このことを文字の式を利用して説明しなさい。

この問題を、次の(1)~(7)の手順で答えなさい。

- (1) 「連続する3つの整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差」の具体的な例を3通り計算しなさい。

$$3^2 - 1^2 = 9 - 1 = 8$$

$$4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$$

$$6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$$

- (2) (1)のことから、「連続する3つの整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差」がどんな数になるか予想しなさい。

連続する3つの整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差、「4の倍数」になる。

- (3) (2)の予想の「仮定」と「結論」を書き出しなさい。

仮定 連続する3つの整数で、
もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差

結論

4の倍数(=7+3)

- (4) この問題を解く方針についての次の文章の□に言葉の式をあてはめなさい。

この問題を証明するためには、与えられた条件を文字の式で表し、

問題にそって式を変形し、□ 4×(整数) という形にすればよい。

- (5) もっとも小さな整数をnとおくと、「連続する3つの整数」は、どう表せるか。

n, n+1, n+2

- (6) (5)を用いて「もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差」を計算しなさい。

$$\begin{aligned} & (n+2)^2 - n^2 \\ &= n^2 + 4n + 4 - n^2 \\ &= 4n + 4 = 4(n+1) \end{aligned}$$

- (7) (6)の計算の結果から、予想が正しいことを説明しなさい。

n+1は整数だから4(n+1)は4の倍数にならる

だから、連続する3つの整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差は4の倍数にならる

<アンケート> 文字式を用いて説明することにはまらない → あてはまる → あてはまらない

- ① 「文字式を利用して説明すること」は好きですか。 4 · 3 · 2 · 1

理由 おもしろいから

- ② 「文字式を利用して説明すること」は得意ですか。 4 · 3 · 2 · 1

理由 練習したから

「式の計算の利用」事後調査 3年5組 番氏名

(問題) 連続する3つの整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差はどんな数になるか予想しなさい。また、このことを文字の式を利用して説明しなさい。

この問題を、次の(1)~(7)の手順で答えなさい。

- (1) 「連続する3つの整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差」の具体的な例を3通り計算しなさい。
 12345
 25 9

$$3^2 - 1^2 = 8 \quad | \quad 4^2 - 2^2 = 12 \quad | \quad 5^2 - 3^2 = 16$$

- (2) (1)のことから、「連続する3つの整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差」がどんな数になるか予想しなさい。

連続する3つの整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差、「
4の倍数」になる。

- (3) (2)の予想の「仮定」と「結論」を書き出しなさい。

仮定 連続する3つの整数でもっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差	結論 4の倍数
--	---------

- (4) この問題を解く方針についての次の文章の□に言葉の式をあてはめなさい。

この問題を証明するためには、与えられた条件を文字の式で表し、

問題にそって式を変形し、**4×(整数)**という形にすればよい。

- (5) もっとも小さな整数をnとおくと、「連続する3つの整数」は、どう表せるか。

$$n, n+1, n+2$$

- (6) (5)を用いて「もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差」を計算しなさい。

$$\begin{aligned} (n+2)^2 - n^2 &= n^2 + 4n + 4 - n^2 \\ &= 4n + 4 \\ &= 4(n+1) \end{aligned}$$

- (7) (6)の計算の結果から、予想が正しいことを説明しなさい。

n+1は整数なので $4(n+1)$ は4の倍数となる。
 したがって連続する3つの整数でもっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差は4の倍数になります。

<アンケート>

- ① 「文字式を利用して説明すること」は好きですか。 4 · 3 · 2 · 1

あてはまる

あてはまらない

理由 答え方が多くて大変です。あと隠してます。

- ② 「文字式を利用して説明すること」は得意ですか。 4 · 3 · 2 · 1

理由 考えることが多すぎます。

解答の類型 (%)

		(1)		(2)		(3)		(4)		(5)		(6)		(7)		(8)		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
1	29	45	16	45	41	45	46	38	12	40	21	20	25	35	20	17	14	
2	16	14	2	20	7	7	6	0	20	0	0	0	13	30	13	15	0	
3	3	0	3	3	7	24	0	7	17	10	10	10	10	10	10	0	0	
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	
5	35	21	14	10	14	12	10	10	18	17	13	12	24	24	18	13	10	
0	16	21	5	24	6	101	24	27	62	62	101	19	24	15	68	55	13	81
	99	101		99	100		100	99		100	100		100	100		100	99	100

解答の正誤

性別の正誤		(1)		(2)		(3)		(4)		(5)		(6)		(7)		(8)	
◎○	29	45	16	45	48	33	26	38	27	20	21	24	29	35	26	26	20
△	16	14	2	13	17	14	10	17	11	10	10	10	10	10	10	10	10
×	38	21	17	19	21	12	13	10	12	10	10	11	12	12	11	16	10
無回答	10	21	5	32	24	3	61	34	27	52	32	30	39	24	15	16	55
	99	101	99	100		100	99		100	100	100	100	100	99	99	99	100

意識調查(人)

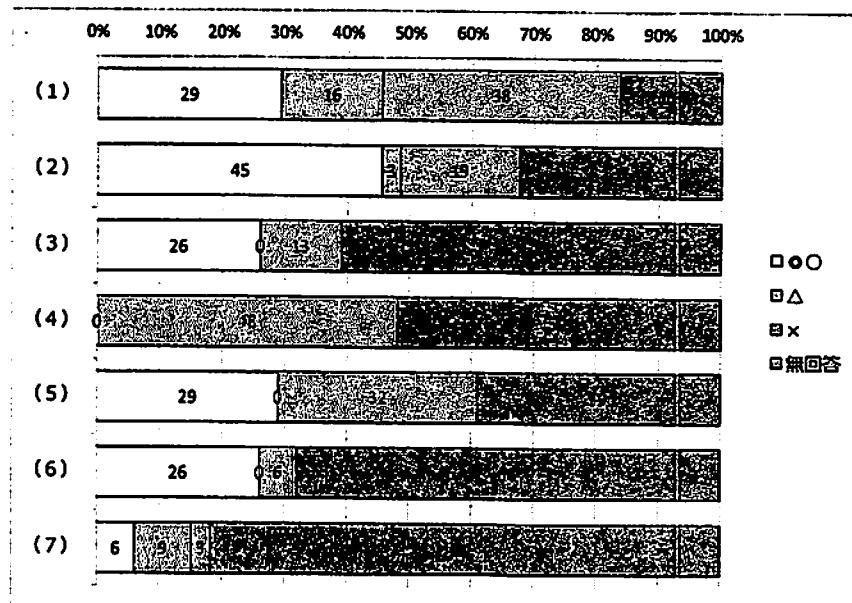
	Q	A	Q	A	Q	A	Q	A
1	12	8	4	14	10	6	11	1
2	16	14	1	12	5	3	13	9
3	5	5	2	3	2	1	10	1
4	12	2	10	1	12	1	1	1

意識調查(%)

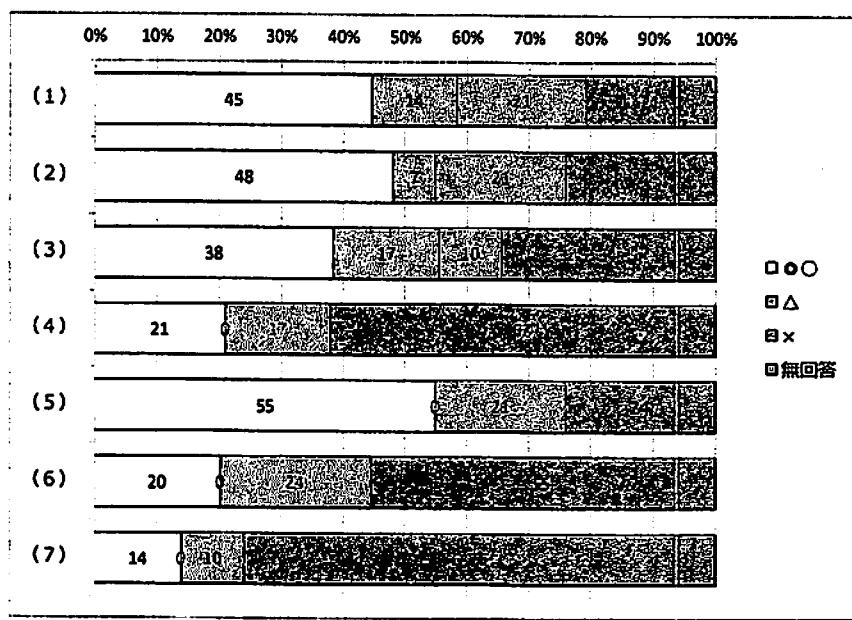
总成绩(%)		总成绩(%)		总成绩(%)		总成绩(%)	
1	39	28	41	45	34	42	36
2	42	48	50	39	52	45	40
3	10	17	17	18	17	17	17
4	6	10	14	13	17	17	17

事前・事後の比較（3年5組）

事前



事後



「文字式の利用」事前調査 2年 組 番 氏名

(1) x cmのひもから y cmのひもを切り取ったときの、残りのひもの長さを表しなさい。

(2) 十の位が a 、一の位が b の2けたの数を表しなさい。

(3) n が整数のとき、次の式はどんな数を表していますか。

① $2n$ 「」

② $5n$ 「」

(4) 2つの続いた整数の和は、どんな数になるか、予想しなさい。また、そうなる理由を手順に従って文字を使って説明しなさい。

① 「2つの続いた整数の和」の具体的な例を3通り計算しなさい。

② ①のことから、「2つの続いた整数の和」が、どんな数になるか予想しなさい。

2つの続いた整数の和は、必ず「」になる。

③ この問題を解く方針についての次の文章の□に言葉をあてはめなさい。

この問題を説明するためには、与えられた条件を文字の式で表し、

問題にそって式を変形し、□という形にすればよい。

④ 小さいほうの整数を n とおくと、「2つの続いた整数」は、どう表せるか。

⑤ ④を用いて、「2つの続いた整数の和」を計算しなさい。

⑥ ⑤の計算の結果から、予想が正しいことを説明しなさい。

<アンケート>

あてはまる ← → あてはまらない

① 「文字を使って数量を表すこと」は好きですか。

4 . 3 . 2 . 1

理由

あてはまる ← → あてはまらない

② 「文字を使って数量を表すこと」は得意ですか。

4 . 3 . 2 . 1

理由

「文字式の利用」事前調査 解答の類型

① 「2つの続いた整数の和」の具体的な例を3通り計算しなさい。

1	「1 + 2 = 3」など、具体的な例を正しく3通りあげたもの	◎
2	・「1 + 2 = 3」など具体的な例が、1~2通り正しくあげられたもの ・3, 5, 7など、「和」のみ答えているもの ・1+2, 2+3など、「式」のみ答えているもの	△
3	1, 2など、「2つの続いた整数」は、わかっているが、「和」がわかつてない	×
4	「2つの続いた整数」がわかつていない	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

② ①のことから、「2つの続いた整数の和」が、どんな数になるか予想しなさい。

1	奇数	◎
2		○
3	整数、自然数、偶数（不正解とは言い切れないが、不十分であるもの）	△
4	3の倍数（正しくない予想）	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

③ この問題を解く方針についての次の文章の□に言葉をあてはめなさい。

1	2n + 1 (偶数) + 1	◎
2		○
3		△
4	三角形 二等辺三角形	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

④ 小さな方の整数をnとおくと、「2つの続いた整数」は、どう表せるか。

1	n, n + 1	◎
2	n - 1, nなど、問題文を読み落としてるもの	○
3	1, 2	×
4	n, 2n	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

⑤ ④を用いて、「2つの続いた整数の和」を計算しなさい。

1	2n + 1	◎
2		○
3		×
4	3	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

⑥ ⑤の計算の結果から、予想が正しいことを説明しなさい。

1	2nは偶数であるから2n + 1は奇数である。	◎
2		△
3		△
4		△
5	その他の誤答、不十分	×
0	無回答	-

<問題>

カレンダーの数の並びで、縦に3つ並んだ数の和は

どのような数になるか予想しなさい。

また、そうなる理由を文字を使って説明しなさい。

(1) 具体的な例を3通り計算しなさい。

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

(2) (1)より、縦に3つ並んだ数の和は、どんな数になるか予想しなさい。

縦に3つ並んだ数の和は、「 _____ 」になるだろう。

(3) この問題を解く方針についての次の文章の _____ に言葉をあてはめなさい。

この問題を説明するためには、与えられた条件を文字の式で表し、

問題にそって式を変形し、 _____ という形にすればよい。

(4) 「縦に3つ並んだ数」を1つの数を r とおき、文字を使って表しなさい。

_____ を r とすると、 _____, _____, _____ と表せる。

(5) (4)を用いて「縦に3つ並んだ数の和」を計算しなさい。

(6) の計算の結果から、予想が正しいことを説明しなさい。

_____ であるから _____ である。

したがって、 _____ である。

<アンケート>

① 「文字を使って数量を表すこと」は好きですか。

あてはまる ← → あてはまらない
4 . 3 . 2 . 1

理由

② 「文字を使って数量を表すこと」は得意ですか。 4 . 3 . 2 . 1

理由

③ 「文字を使って説明すること」は好きですか。 4 . 3 . 2 . 1

理由

④ 「文字を使って説明すること」は得意ですか。 4 . 3 . 2 . 1

理由

「文字式の利用」事後調査 解答の類型

(1) 「カレンダーの数の並びで、縦に3つ並んだ数の和」の具体的な例を3通り計算しなさい。

1	「 $1 + 8 + 15 = 24$ 」など、具体的な例を正しく3通りあげたもの	◎
2	・「 $1 + 8 + 15 = 24$ 」など具体的な例が、1~2通り正しくあげられたもの ・24, 39, 54など、「和」のみ答えているもの ・「 $1 + 8 + 15$ 」など、「式」のみ答えているもの	△
3	1, 8, 15など、「カレンダーの数の並びで、縦に3つ並んだ数」は、わかっているが、「和」がわかっていない	×
4	「カレンダーの数の並びで、縦に3つ並んだ数」がわかっていない	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

(2) (1)のことから、「カレンダーの数の並びで、縦に3つ並んだ数の和」が、どんな数になるか予想しなさい。

1	3の倍数	◎
2	真ん中の数の3倍	◎
3	整数、自然数、偶数(不正解とは言い切れないが、不十分であるもの)	△
4	6の倍数(正しくない予想)	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

(3) この問題を解く方針についての次の文章の□に言葉をあてはめなさい。

1	「 $3 \times$ 整数」または「 $3 \times$ (真ん中の数)」	◎
2	「3の倍数」「真ん中の数の3倍」	○
3	$3n$, $3(n+1)$, $3 \times n$, $3 \times (n+1)$ など	○
4	$3n$, $6n$ など	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

(4) 「縦に3つ並んだ数」の1つをnとおき、文字を使って表しなさい。

1	「(一番小さい数) ($n, n+7, n+14$)」 「(真ん中の数) ($n-7, n, n+7$)」	◎
2		○
3	「(2) ($n, n+7, n+14$)」 「(空欄) ($n, n+7, n+14$)」	△
4	「(空欄) ($n, n+1, n+2$)」 「(空欄) ($1, 8, 15$)」	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

(5) (4)を用いて、「カレンダーの数の並びで、縦に3つ並んだ数の和」を計算しなさい。

1	$3(n+7) - 3n$	◎
2	$3n+21$	○
3	$3(n+1)$	×
4	3	×
5	その他の誤答	×
0	無回答	-

(6) (5)の計算の結果から、予想が正しいことを説明しなさい。

1	$n+7$ は整数であるから、 $3(n+7)$ は3の倍数(真ん中の数の3倍) n は整数であるから、 $3n$ は3の倍数(真ん中の数の3倍)	◎
2	$3(n+1)$ は3の倍数(または、真ん中の数の3倍)	△
3	$3n+21$ は、3の倍数	△
4	n は整数なので、 $3(n+1)$ は3の倍数	△
5	その他の誤答、不十分	×
0	無回答	-

<問題>

カレンダーの数の並びで、縦に3つ並んだ数の和は
どのような数になるか予想しなさい。
また、そうなる理由を文字を使って説明しなさい。

日	月	火	水	木	金	土	
1	2	3	4	5	6		
7	8	9	10	11	12	13	
14	15	16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	26	27	
28	29	30	31				

(1) 具体的な例を3通り計算しなさい。

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 7 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ + 8 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$1+8+15=24$$

$$11+18+25=54$$

$$6+13+20=39$$

(2) (1)より、縦に3つ並んだ数の和は、どんな数になるか予想しなさい。

縦に3つ並んだ数の和は、「3の倍数」になるだろう。

(3) この問題を解く方針についての次の文章の□に言葉をあてはめなさい。

この問題を説明するためには、与えられた条件を文字の式で表し、

問題にそって式を変形し、3×(整数)という形にすればよい。

(4) 「縦に3つ並んだ数」を1つの数をnとおき、文字を使って表しなさい。

一番上の数をnとすると、n, n+7, n+14と表せる。

(5) (4)を用いて「縦に3つ並んだ数の和」を計算しなさい。

$$\begin{aligned} &n+(n+7)+(n+14) \\ &= 3n+21 \\ &= 3(n+7) \end{aligned}$$

(6) の計算の結果から、予想が正しいことを説明しなさい。

n+7は整数であるから 3(n+7)は3の倍数である。

したがって、カレンダーの数の並びで、縦に3つ並んだ数の和は3の倍数である。

<アンケート>

①「文字を使って数量を表すこと」は好きですか。

あてはまる ← → あてはまらない
 4 . 3 . 2 . 1

理由 計算が簡単になり乗に解けるようになるから。

②「文字を使って数量を表すこと」は得意ですか。

4 . 3 . 2 . 1

理由 文字を使うのは簡単にできるから。

③「文字を使って説明すること」は好きですか。

4 . 3 . 2 . 1

理由 文字が使えたと説明も楽にでき、楽しいから。

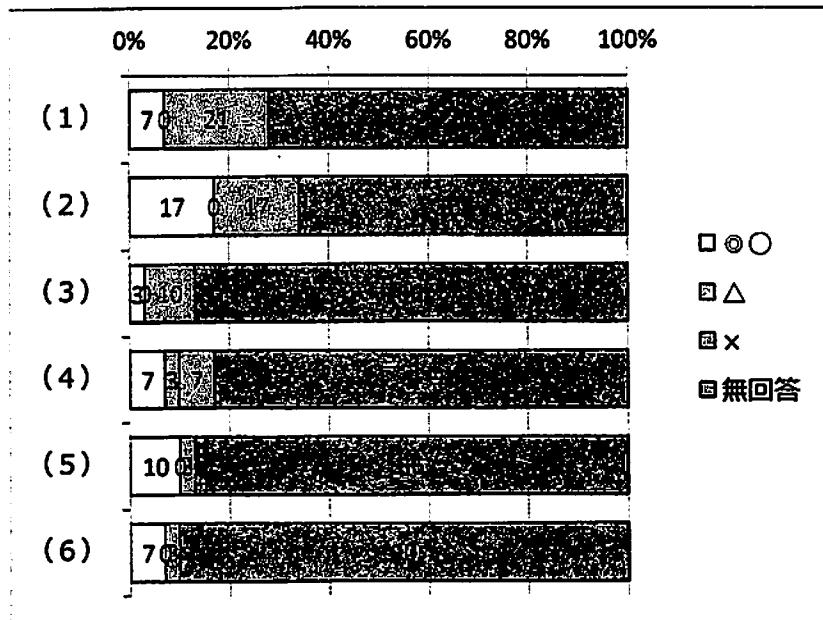
④「文字を使って説明すること」は得意ですか。

4 . 3 . 2 . 1

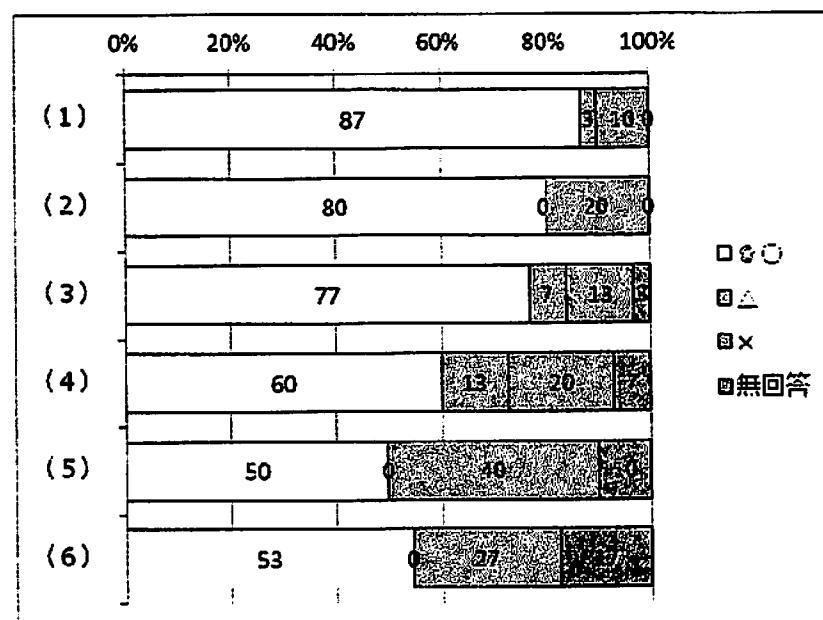
理由 パターンが決まっていて、その通りに説明すればできるから。

事前・事後 比較（2年5組）

事前



事後



第68次 印旛地区教育研究会
算数・数学研究部会（中学校）

研究主題

意欲を持ち、動機付けられた生徒を育成するための指導の工夫

未来への数学

～確率をテーマとした ICT 機器の活用と企業との連携授業～

日時：平成30年8月28日（火）
場所：ウィッシュトンホテルユーカリ

印西市立木刈中学校
福村 正樹

1. 研究主題

意欲を持ち、動機付けられた生徒を育成するための指導の工夫
未来への数学～確率をテーマとしたICT機器の活用と企業との連携授業～

2. 主題設定の理由

(1) 本校の教育目標の観点から

本校の教育目標は、「心身ともにたくましく 自ら学び 共に生きる生徒一笑顔・感動、はつらつ木刈一」であり、目指す学校像の一つが「落ち着いた環境で学力向上に励む学校」である。学習環境が整った中で、確かな学力として基礎を定着させ、それを活用する力を身につけさせる必要がある。

昨年告示された新学習指導要領では、育成を目指す資質・能力の三つの柱が掲げられており、その1つに「学びに向かう力、人間性等」がある。また、新学習指導要領の数学科の目標の(3)に、「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う。」とある。生徒たちに数学を学ぶ楽しさと数学のよさを気づかせるとともに、現在学んでいる数学が実社会で使われていることを実感させ、意欲を高めさせることが必要である。そして、その経験が今後の高校進学だけではなく、大学での学びや就職まで考えた「未来の自分」のイメージにも繋がると考える。

(2) 本校の生徒の実態から (対象：2学年)

本校は全校生徒533名の中規模校である。1学年は6学級、2、3学年は5学級あり、今年度から全学年の数学の授業はチーム・ティーチングの形式で指導にあたっている。生徒たちの授業への取り組みは良く、真剣な態度で臨んでいる。

事前アンケートによると、「数学が好きである」という項目の平均は5段階中3.38であった。本校の生徒たちは基礎的な問題（計算）を解くことに対する意識は高い。定期試験においても計算分野に関しては他の分野に比べると点数が取れている。このことが「数学が好きである」の平均に関係している理由の一つだと考える。一方、「問題（課題）をつくったり、見つけるのが楽しい」という項目の平均は2.80と低い。

この実態を改善するために、2学年の数学科が取り組むべき課題を以下の3点とした。

- ① 考える力を必要とする分野の関心・意欲を向上させる。
- ② 「問題が解ければ良い」という考え方とどまらず、問題を解決するための方法（数学的な考え方）の重要性と必要性を実感させる。
- ③ 生徒が興味、関心、自信を持ち、積極的な姿勢で授業に臨む。

これらの課題を改善するために、本研究では、確率の分野において、「ICT機器を活用した実験」と「企業との連携授業」を開拓する。ICT機器の活用については、本校数学科の重点目標の1つとしていることでもあり、生徒たちの関心・意欲を引き立てる一助となると考えた。また、企業との連携授業を行うことで、生徒たちの数学に対する関心・意欲をさらに高めるとともに、数学を日常に生かそうとし、「学びに向かう力」を育むことに繋がると考えた。以上のことから、本主題を設定した。

3. 研究の目標

確率の授業において、ICT機器を活用し予想を取り入れた実験と数理の専門家による授業を行うことで、生徒たちに日頃学んでいる数学が社会と密接に関わっていることを実感させるとともに、生徒たちが粘り強く課題に取り組もうとする力が高まることを、実践を通して明らかにする。

4. 研究の仮説

仮説1 確率の実験においてICT機器を活用することで、生徒が意欲的に結果を予想したり、その根拠を探求したりするようになり、数学に対する学習意欲が高まるであろう。

仮説2 企業の数理業務に携わる専門家（アクチュアリー）による授業を行うことで、中学校で学ぶ数学が実社会の事象の解明に使われていることを知るとともに、数学を学習や生活に生かそうとする意欲が高まるであろう。

※アクチュアリーとは

将来の出来事の発生確率を評価し、望まれない出来事（事故や死亡）の発生確率を減らすよう知恵を絞り、起こってしまった出来事の影響を軽減することを考える専門家のことである。アクチュアリーは生命保険事業や損害保険事業、年金事業、共済事業、企業の資産運用など多彩なフィールドで活躍している。2015年現在、正会員1,514人、準会員1,287人、研究会員1,949人の計4,750人である。（日本アクチュアリー協会のHPより）

5. 研究の方法・内容

（1）本研究における「意欲」と「動機付け」について

桜井（1997）は「意欲」と「動機付け」の違いを次のように述べている。

動機付けという用語は、喉が渴いたからジュースを飲む、眠くなったから睡眠をとる、女性と親しく話をしたくなかったから相手を探す、というように「広い範囲で何かを達成しようとする行動」に対して使う。一方、意欲という用語は、「勉強や仕事といった、どちらかと言えば知的なことを達成しようとする行動」に対して使うことが多い。ジュースを飲もうとする意欲とか寝ようとする意欲とは言わない。「動機付け」という用語は広い範囲の行動を、「意欲」という用語はそれに比べてやや狭い範囲の行動を対象として用いるのである。

さらに、桜井は「動機付け」について、以下のように考察している。

動機付けとは簡単に言えば、「目標達成のための推進力」である。もう少し厳密に言えば、「ある目標を達成するために行動を起こし、それを維持し、目標達成へとみちびく内的な力」である。何かを成し遂げようとしているときに沸いてくるエネルギーのようなものである。

このように意欲と動機付けという言葉は厳密には異なる。

以上述べてきた通り、本校の実態と改善すべき課題から、本研究における「意欲」と「動機付け」について、以下のように捉えるものとした。

【本研究における意欲・動機付け】

- (1) ICT機器を利用して実験を行い、興味を持ちながら問題に取り組むこと。
実験の予想、考察を熟考し、答えを見つけだすことの楽しさを感じること。
- (2) 数理の専門家の授業を受け、現在学んでいる数学が社会で使われていることを実感すること。

(2) 研究の手立て

①仮説1の手立て

ア 実験の問題設定

数学の問題や解決方法を視覚的に捉えやすくするために、ICT機器を積極的に活用することで、生徒たちに興味・関心を抱かせ、授業に意欲的に取り組めるようになると考えた。特に、次のことを意識した。

- 問題の意味やルールが理解しやすいものを題材とした。
- ゲーム感覚で楽しめるようにした。
- 実験する際は、結果を予想させ、予想通りだったか、予想に反したかを考えさせ、その問題に潜む数学に気づかせるようにした。
- 実験結果を視覚的に捉えやすくなるようにした。

以上のことを見いだし、次の授業を行った。

○2つのさいころを振ったとき、目の和が7になる確率を調べる。(実践1)

○ICT機器を用いて、モンティホール問題に取り組む。(実践2)

イ 実験の方法

実験に関して、①予想する②実験する③得られたデータをまとめる④考察する⑤コンピュータでシミュレーションを行う⑥疑問点及び自分の解答や感想を記入する、という流れで行った。①の予想に関しては、まずは個人で予想させ、その後グループ(実践1では2人、実践2では4人)でお互いに自分の予想を紹介し、個人の考えを共有させた。②に関しては、実験の時間は内容によって異なるが、グループで協力し、共に考えながら楽しめるよう十分な時間をとった。③では、実験(タブレットを操作)する、記録をとる、集計するといった係を決めた。④では、予想した内容と得られた結果の比較検討を行わせた。⑤に関しては、数百回の試行をコンピュータでシミュレーションした結果を生徒に見せ、どのような傾向があるか考えさせた。⑥に関しては、実験に関して疑問に思ったことや自身で見つけた解法と感想を記入することで、その実験に対する興味・関心の度合いを調べた。

②仮説2の手立て

現在学んでいる数学(計算、考え方)が社会で有効に利用されていることを伝えるために、数理の専門家による講義、実験、データ分析を実践し、生徒たちの知的満足度を高めるとともに、数学が実社会で使われていることを実感させることで、数学に関する意欲を高めるための効果的な動機付けができると考えた。2学年全体(1クラス33~34名、全5クラス)を対象に、実践3の特別授業(50分×2)を行った。その事後授業として実践4を行った。

○数理の専門家による授業(数学の楽しさ、数学と実社会の繋がり、様々なデータの分析方法)を行う。(実践3)

○完全生命表を用いて、生命保険料の算出問題に取り組む。(実践4)

6. 研究の実践

(1) 実践1 「さいころに関する問題」

学習問題 多くのデータをとり、確率の意味を理解しよう。

実験内容 2つのさいころを投げたとき、目の和が7になる確率を調べる。

①目的 事前アンケートで「確率 $1/6$ を説明しなさい」という問題に対し、正確に答えられた生徒は約72%であった。この状況を改善するために、実験を通して確率の意味を考えさせることと多くのデータから得られる一定の傾向を読みとることを意識させた。

②展開 最初に「2つのさいころを投げたとき、目の和が7になる確率」を求めさせ、その確率を利用して、30回の試行を行った場合、目の和が7となる可能性は何回くらいになるかを個人で予想させた。その後、2人1組になり、実際にさいころを振り、その予想との差がどれくらいになるかを考えさせた。

実験手順は以下の通りである。

ア 2人1組になり、さいころを投げる係、記録をとる係を決める。

イ 30回の試行を行い、目の和が7になる場合の数を調べる。

ウ 各組のデータをコンピュータで集計し、目の和が7になる割合の推移を見る。

エ コンピュータによるシミュレーションを行う。

③実際 生徒たちはとても楽しみながら実験に参加していた。さいころの出る目に一喜一憂している姿が多く見られた。

各グループのデータを集計した結果をグラフとして見せ、グラフから分かることを考えさせた。すると、生徒たちはクラス全体の結果を見たときに、目の和が7になる回数にかなりのばらつきがあることに驚いていた。その中で、「目の和が7になる回数はばらばらだが、クラス全体のデータでみると $1/6$ に近づく」と考えた生徒がおり、たくさんのデータを集めると、割合が一定の値に近づくこと(大数の法則)を確かめることができた。

エのシミュレーションでは、生徒たちはスクリーンにくぎ付けになっていた。多くのデータを取る場合、多くの人と時間が必要である。それを解消するための手段の一つとしてコンピュータによるシミュレーションを紹介した。シミュレーションのプログラムに興味を持つ生徒もいた。

(2) 実践2 「モンティホール問題」

学習問題 確率の面白さを実感しよう。データから問題の傾向を調べよう。

実験内容

モンティホール問題

モンティホールという人物が司会を務めていたアメリカのゲームショー番組の中で行われたゲームである。

3つの箱 A, B, C のどれか 1 つに景品（当たり）が入っており、残りの 2 つはからっぽ（はずれ）である。

司会者のモンティホールはどこに景品が入っているかを知っているが、解答者には分からぬ。

<ゲームのルール>

①解答者は箱を 1 つ選ぶ。

②司会者は残りの箱のうち、からっぽ（はずれ）の箱を 1 つ開ける。

③司会者は解答者に、「箱を選び直して良い」と必ず言う。

④解答者は、「箱を選び直す」もしくは「箱を選び直さない」のどちらかを選択する。

このとき、解答者はどちらを選択すれば、当たる確率が高くなるだろうか。

①目的 ルールは分かりやすいが、奥が深い問題である。解答を導くには、条件付き確率の考え方を使うため、問題の難易度は高い。

実験前に予想することや多くのデータをとつて、その傾向を調べることは実践 1 の実験と同じだが、今回は事後課題として、この問題の確率の値を求めさせることにまで踏み込んだ。（資料編 P5 参照）

②展開 箱を 3 つ用意し、その内の 1 つにボール（当たり）を入れて、生徒たちにやり方を見せながら、ルールの確認を行つた。まずは生徒個人で結果を予想させ、その後、4人のグループで、お互いの予想を共有させた。

実験手順は以下の通りである。

ア 4人1組になり実験を行う。その際、タブレットを操作する係、記録をとる係、集計する係に分かれれる。

イ 箱を選び直す班と箱を選び直さない班に分かれ、実験を行う。

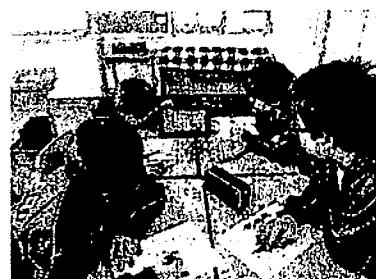
ウ 実験結果を集計し、それぞれの傾向を調べる。

エ コンピュータによるシミュレーションを行う。

③実際 ゲーム感覚で楽しめるプログラムであり、生徒たちの反応は非常に良かった。事前に役割分担を決めさせたので、どのグループも順調に実験を進めることができた。

そして、試行を重ねていくうちに、生徒たちは当たりやすさの傾向を読みとることができた。「箱を選び直す」場合、景品の当たる可能性が明らかに高いのである。シミュレーション結果でもその傾向が読みとれた。

ところで、確率を求める課題に関して、全体の約 25% の生徒が解答にたどりつくことができた。解答にたどりつけなかった生徒も積極的な取り組みが見られた。



④生徒の感想（生徒の学習レベルを高い順にA, B, Cとした）

- タブレットを使って自分たちでデータをとって、結論を考えるのが楽しかったです。(C)
- この問題はなんとなく知っていたのですが、理屈をよく考えてみたらすごく楽しかったです。こんなにも結果に偏りがあるとは思わなかったです。(A)
- 前半は4回に1回当たって、もしかして4回に1回当たるのかと思ったら、後半は4回に1回当たらなくて、ほとんどはずれでそういうことじやないんだと思いました。(C)
- 自分の意見をまげたくなかったから選び直さなかった。実験は時間があったから2通りすることができ、当たる回数が違うのを自分で確かめることができて説得力があった。普段生活していて、こういう状況があったら、これを思い出してみようと思う。(A)
- 今までの確率の中ですごい難しくて、予想は当たっていたけど、確率を出すのが難しかった。けど、考えるのも意外と楽しかった。(B)
- 人だけでやると少し時間がかかることも、PCでやるとその半分以下の時間でできることやシミュレーションで何百回と計測できることがPCを使った授業の良い所だと思い、とても楽しかったです。(B)

（3）実践3「連携授業」

2017年2月、アクチュアリーの資格を持つ方を外部講師として招き、2学年全クラスを対象に授業を行った。

①目的 身近な確率に触れ、確率の意味について理解する。2学年全体で実験を行い、その結果が一定の値に近づくこと（大数の法則）を理解する。また、様々なデータを見て、その特徴を考える。そして現在学んでいる数学が、私たちが生活している社会で使われていることを実感する。

②展開 次のように授業を展開した。

ア 保険用語の解説

「保険の仕組み」「再保険会社」「アクチュアリー」について解説した。生徒たちにとって馴染みのないものであるが、特に保険については、今後生活する上で必要になることを強調した。

イ 確率の意味

じゃんけん必勝法、あみだくじ必勝法等、生徒たちが興味を持てる内容を導入とした。それらをもとに、確率について考えた。

ウ 確率の実験

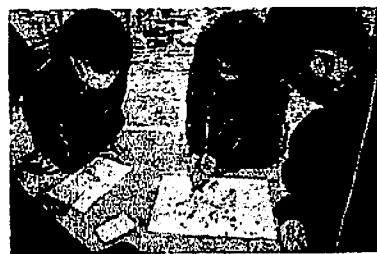
シート（資料編P8参照）に、ビーズをまき、ビーズのちらばり具合が π （円周率）に近づくことを確かめる実験を行った。1クラス6班×5クラス=30班のデータを集計し、確率が一定の値に近づくこと（大数の法則）を確認した。

エ データ分析

死亡率、完全生命表、人口ピラミッドといった普段見られないデータについて解説し、それらのデータは「大数の法則」に基づいていることを確認した。

③実際 導入として紹介した確率（じゃんけん、あみだくじ）は身近なものであり、ほとんどの生徒が興味深く話を聞いていた。

授業を通じて、身近なものに潜む数学、各種データの見方や分析方法、教科書にはない確率の実験、勉強することの意味、夢を実現するための努力といったアクチュアリーの方の話を、生徒たちは非常に真剣な眼差しで聞き、実験に関しても積極的に取り組んでいた。中には、講師の方の話をワークシート（資料編 P6, 7 参照）に隙間なく記入している生徒もいた。



④生徒の感想（生徒の学習レベルを高い順に A, B, C とした）

- じゃんけんなど、身近なものにも確率が関わっていると知り、とても面白かった。(B)
- 未来についても確率を使えば、ある程度分かるんだと思いました。(B)
- 実際に自分たちで実験をしたことにより、予想しながら理解を深められました。(B)
- 確率の難しいところでも分かりやすく、実験などを用いてくれて楽しく授業を受けることができた。(A)
- 努力すれば成功する確率が上がると聞いて、もっと頑張ろうと思いました。(C)

（4）実践4 「生命保険料の算出」

実践3の事後授業として、生命保険料の算出を行った。

学習内容 保険の仕組みを理解し、完全生命表を用いて生命保険料を算出しよう。

授業内容 ワークシート（資料編 P10, 11 参照）を利用し、生命保険料の算出を行った。

①目的 保険の仕組みを理解し、保険と私たちの生活との関わりについて考える。また、完全生命表を利用して生命保険料の算出に挑戦する。生命保険料の算出や年金の諸問題に携わるアクチュアリーの仕事にも触れる。さらに数学を専門とする職業があることを伝え、その仕事の一部に触れることで社会と数学との関わりを実感する。

②展開 保険の成り立ちと仕組み、保険金と保険料の違い、完全生命表の見方、収支相等の原則、生命保険料の算出（基本と応用）について解説した。

事前アンケートによると「保険」について知っている生徒は、全体の約 85% であったが、生命保険料がどのように算出されているかを知っている生徒はいなかった。生命保険料は、今まで学習してきた確率と既習内容である 1 次方程式によって導くことができる。保険に関する様々な用語は、穴埋め形式で解説した。生命保険料の算出については、以下の手順で行った。

- ア 収支相等の原則（死亡者数 × 保険金 = 生存者数 × 保険料）の解説。
- イ 完全生命表の解説。
- ウ 完全生命表を用いて生命保険料を算出する。
- エ 条件を変えて、生命保険料を算出する。

収支相等の原則をもとに生命保険料の算出を行った。死亡者数、生存者数は完全生命表を利用した。さらに、諸条件（年齢、性別、満期、保険金）を変更し、様々な場合の生命保険料を求めるなどを課題とした。（資料編 P12 参照）

③実際 完全生命表には多くのデータがあり、生徒たちの混乱を防ぐため、「死亡者数」「生存者数」のみに触れた。保険料の計算自体は単純な1次方程式であるが、見慣れない用語と扱う数値が大きいため、なかなか作業がはからなかった。

「等式の変形」がこの問題を解くポイントであるが、その理解が曖昧な生徒が多くいたため、作業があまり進まなかつたと考える。

一方、1次方程式や等式の変形が定着している生徒は、諸条件を変更し、保険料の比較まで行うことができ、大きな自信になっていた。

④生徒の感想（生徒の学習レベルを高い順にA, B, Cとした）

- 保険に入るときは、保険料を考えながら入りたいと思います。（B）
- 年齢が高いほど保険料は高くなるから、自分がもう少し大人になったら早目に入つて安心したいなと思った。（C）
- CMでなぜ男性や女性の保険にかかる金額が違うのだろうと疑問に思っていましたが、今回の授業で納得することができました。（A）
- 自分たちが習ったことのある式だけしか使っていないことに驚いた。（B）
- 保険と確率が関係しているのは意外で少し面白かった。保険の計算の時に方程式がでてきてこんがらがつてしまつて、自分にはよく分からなかつたが学校の授業で習つた数学が実際に使われていてすごいと思った。絶対使い道がないと思っていたので驚いた。（B）
- 私たちの生活を支えている保険に私たちが今やつてゐる数学が使われているというのがびっくりだつたし、少し興味がわきました。こういうのを仕事にしている人は細かい計算をミスせずやらなきやいけないと思うので大変だと思いました。（B）

⑤保険のイメージについて

連携授業と生命保険料の算出の授業を終えた後、「保険に関してどのようなイメージを持っているか」「保険のイメージがどのように変わつたか」についてアンケートをとつたところ、以下の回答が得られた。（生徒の学習レベルを高い順にA, B, Cとした）

- 保険料は資料や統計などを使って正確に計算されていたことに驚きました。（B）
- 国民全員で助け合つてゐるイメージがあり、今後もあつて欲しいと思う。（A）
- 「身近で数学によって人々の暮らしを支える」というイメージ。（A）
- 保険は入らなくてもいいけど、不安で生活できないかもしれない。だから安心できるために入るものなんだと思った。（B）
- 人の命のことなどあまり良いことではなく、関わりたくなつたけど、今は中学の数学でできると聞いて身近に感じました。（B）
- お金のイメージがあつたが、私たちの命（これから的人生）を大切にしてくれるイメージに変わつた。（C）
- もしものためのものと思っていたが、自分たちを見えない所で守ってくれているものと思った。安心を形で表したもの。（A）
- 保険料はお店に並んでゐる商品のように、金額は基本的にいつも一緒だと思っていたけれど、その時の社会や人口で変化するものだと知つた。計算する人も統計をとる人も大変なのだと思った。（A）
- 人間を守る保険以外にも、会社を守る保険があるのにはびっくりしました。保険=お金=安心というイメージ。（A）
- 生活の中でもっと安心して過ごせる一つの工夫だと分かりました。（C）

7. 研究の考察

(1) 仮説1の考察

①授業中の様子から

実践1では、確率 $1/6$ の意味を再確認できた。予想の段階で、「確率 $1/6$ を6回に1回は必ず起こる」と考えている生徒も数名いたが、出る割合にばらつきがあり、他のグループの結果と比較することで、確率の意味を正しく理解することができていた。また、全てのクラスのデータを集めた結果やコンピュータによるシミュレーションによって、生徒たちはデータを集めることの重要性と相対度数が一定の値に近づくこと（大数の法則）に気づくことができた。

実践2の実験では、積極的に話し合い、楽しみながら実験に参加していた。ICT機器を使うことで、数学が苦手な生徒も真剣に取り組み、試行錯誤しながら解答を導きだそうとする姿勢が見られた。

実践1、2とも、全員の生徒が参加できたため、生徒たちに一体感と達成感を同時に感じさせることができた。

②授業の感想やアンケートから

「自分たちで実験をすると、色々なデータを見て考えられるので良いと思いました。」「このようなものは運なのかなと思ったけど、当たる確率があることを知って驚きました。また、選び直す、直さないで当たる確率が違うのも不思議だなと思いました。」「タブレットを使っての授業で楽しみながら授業を受けることができました。」という感想があった。

さらに、事後アンケートのQ7「コンピュータを使う数学の授業は楽しいと思う」では、事前アンケートの平均より0.13ほど上昇し、5段階中4.34と高い平均が得られた。

以上のことから、ICT機器を活用した授業によって、生徒たちの数学に対する関心・意欲を高め、【本研究における意欲・動機付け】(1)を達成することができたと考える。

(2) 仮説2の考察

①授業中の様子から

実践3における連携授業のビーズの実験は、実践1、2とは異なる実験であり、学年全体で一斉に行ったこともある、生徒たちは興味を持って、意欲的に取り組んでいた。

そして、普段見られないデータを見てその傾向を探ることや「アクチュアリー」という数学を専門とする職業を知ったことは、生徒たちにとって貴重な体験となった。現在学んでいる数学や数学的な考え方方が実社会に生かされている事実について、実際に数学を仕事で使っている方が話されたことに意味がある。

実践4の内容は難しいものであったが、数学が得意な生徒は諸条件を変更し、様々なパターンの保険料を計算することができた。また、中位層の生徒は、例題を参考にしながら、穴埋め形式の問題に真剣に取り組み、答えを導き出すことができた。数学を苦手とする生徒も真面目に例題に取り組むことができた。

②授業の感想やアンケートから

事後アンケートの、「連携授業をもう一度受けたい」「数学が社会で使われていることを実感できた」「保険についてもっと知りたい」「保険と数学のつながりを実感することができた」では、非常に高い数値が得られ、特にQ9「数学の力が求められる職業について調べたいと思っている」では、事前アンケートと比べて平均が0.25ほど上昇した。

また、連携授業の感想(P8)からは、生徒たちにとって、保険がより身近な存在になったことや生徒たちの満足度の高さが窺える。さらに、Q27「数学に対する考え方や見方が良いものに変わった」では、「はい」と答えた生徒は81.7%にまで到達しており、生徒たちの著しい意識の変化が見られた(生徒の感想は資料編P3参照)。このことから、一連の授業によって【本研究における意欲・動機付け】(2)を達成することができたと考える。

(3) 企業との連携授業について

企画段階から校長を始め、多くの先生方から協力を得て、無事に授業を行うことができた。次のような意見をいただいたので、今後の研究に活かしていきたいと考えている。

○今回の連携授業は、生徒たちの意識を変える素晴らしい内容であった。「確率なら今回の授業」というように、各学年の特定の分野で連携授業を組み立てたらどうか。

○数学においてもたくさんの実験を行うことに効果がある。

○外部の方と協力して授業を行うことは、子どもたちにとって大変素晴らしい体験となるので、継続的な実施を検討して欲しい。

8. 成果と課題

(1) 成果

①実験の題材を興味深いものにし、ICT機器を活用して、生徒たちがコミュニケーションをとりながら実験を行う時間を十分にとったため、生徒たちは楽しみながら積極的に実験に参加し、結果に至る理由を解明しようとすることができ、生徒の学習意欲が高まった。

②数理の専門家からの話を聞くことで、生徒たちに数学と社会の関わりや数学の実用性を実感させることができた。また、課題に対して、既習内容を使って問題を解決しようとする生徒が多く見られた。さらには、今後の進路選択や職業選択まで考えた「未来の自分」をイメージすることに繋げた生徒もいた。

(2) 課題

①実験における生徒たちの考察や問題解決に至る解法について、個人的に発表させる時間を持つべきであったが、時間的な制限のため設けられなかった。

②複数の実験と企業との連携授業を行ったため、授業時間数の確保が求められる。また、連携授業を行う場合には、連携先の確保や学校内の協力体制が必要である。個人で連携先を見つけて、交渉していくのは難しい。

なお、解決手段の一つとして「企業教育研究会」に協力してもらう方法がある。

<https://ace-npo.org/index.shtml>

引用文献

- ・桜井茂男：学習意欲の心理学、誠信書房、pp2 - 3、1997.

参考文献

- ・中学校学習指導要領解説 数学編
- ・相馬一彦：「予想」で変わる数学の授業、明治図書、2013.